Aufgabe 1

a)

A	B	$A \to B$	$\overline{B}$	$(A \to B) \land \overline{B}$	$\overline{A}$	$((A \to B) \land \overline{B}) \to \overline{A}$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1

A	B	C	$A \to B$	$B \to C$	$(A \to B) \land (B \to C)$ *	$A \to C$ **	* → **
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Stichwort : Tautologie

Aufgabe 1b)

$$
\begin{aligned}
& (12^5 \cdot 23^4) \bmod 5 \\
= & (2^5 \cdot 3^4) \bmod 5 \\
= & (32 \cdot 81) \bmod 5 \\
= & (32 \bmod 5 \cdot 81 \bmod 5) \bmod 5 \\
= & (2 \cdot 1) \bmod 5 \\
= & 2
\end{aligned}
$$

Aufgabe 1c)

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1+6n+2n^2}{(n+3)n}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{1+6n+2n^2}{n^2+3n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2n^2}{n^2} + \underbrace{\frac{6n}{n^2}}_{\to 0} + \underbrace{\frac{1}{n^2}}_{\to 0}}{\frac{n^2}{n^2} + \underbrace{\frac{3n}{n^2}}_{\to 0}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{1} = 2$$

Aufgabe 1d)

$$\lim_{x\to\infty} \left(x \cdot \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}{\frac{1}{x}}$$

führt auf einen unbestimmten Ausdruck, Anwenden der Regel von de l'Hospital

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right)'}{(x^{-1})'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \frac{-2}{(x-1)^2}}{-\frac{1}{x^2}}$$

(innere Abl. m. Quotientenregel!),

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{2}{(x-1)^2} \cdot x^2 = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2}{x^2-1} \underset{\text{erneut de l'Hosp.}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{4x}{2x}$$

$$\underset{\text{erneut de l'Hosp.}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{4}{2} = 2$$