# Diskrete Hochpass-Filter

- Betonung von Kanten (Grauwertänderungen)
- Unterdrückung von homogenen Flächen
- Die Filtermaske hat positive und negative Koeffizienten
- Die Filterkoeffizienten sind normalisiert
  - Summe der Koeffizienten ergibt 0
- Beispiel: Differenzfilter

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 8 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |

# Differenzfilter
# Beispiel

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 8 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |

Filterergebnis vorzeichenbehaftet (Nullwert des gefilterten Bildes bei Grauwert 100 in der Darstellung)

Filterergebnis Absolutwert

# Ableitungsfilter (1)

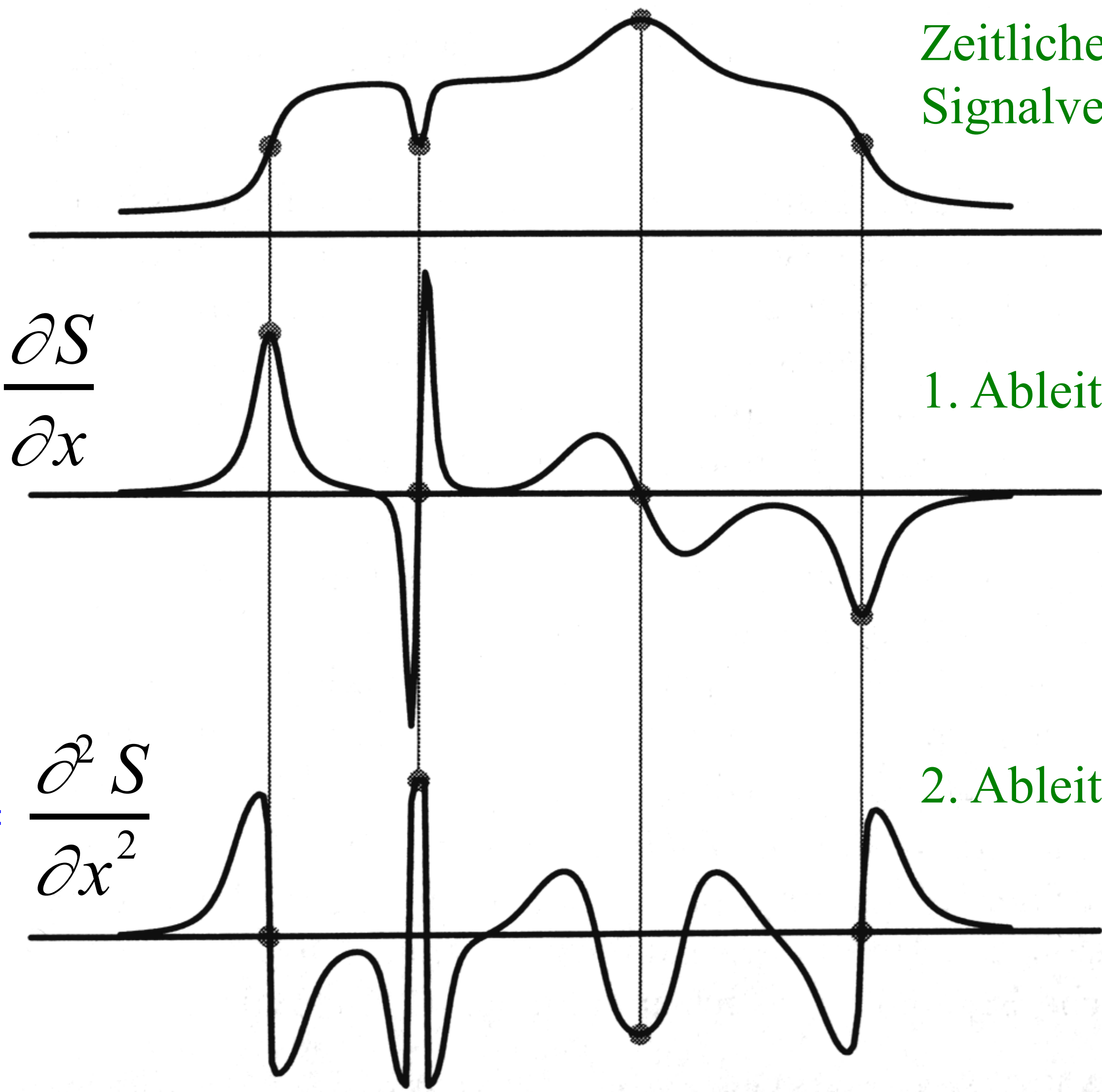
Gradient
in einem Punkt (x,y) einer
zweidimensionalen kontinuierlichen
Funktion (Ableitungsvektor)

$$\nabla f(x,y) = G[f(x,y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Richtungs-
ableitungen

# Differenzierung eines kontinuierlichen 1D-Signals

$S(x)$




Zeitlicher oder örtlicher Signalverlauf

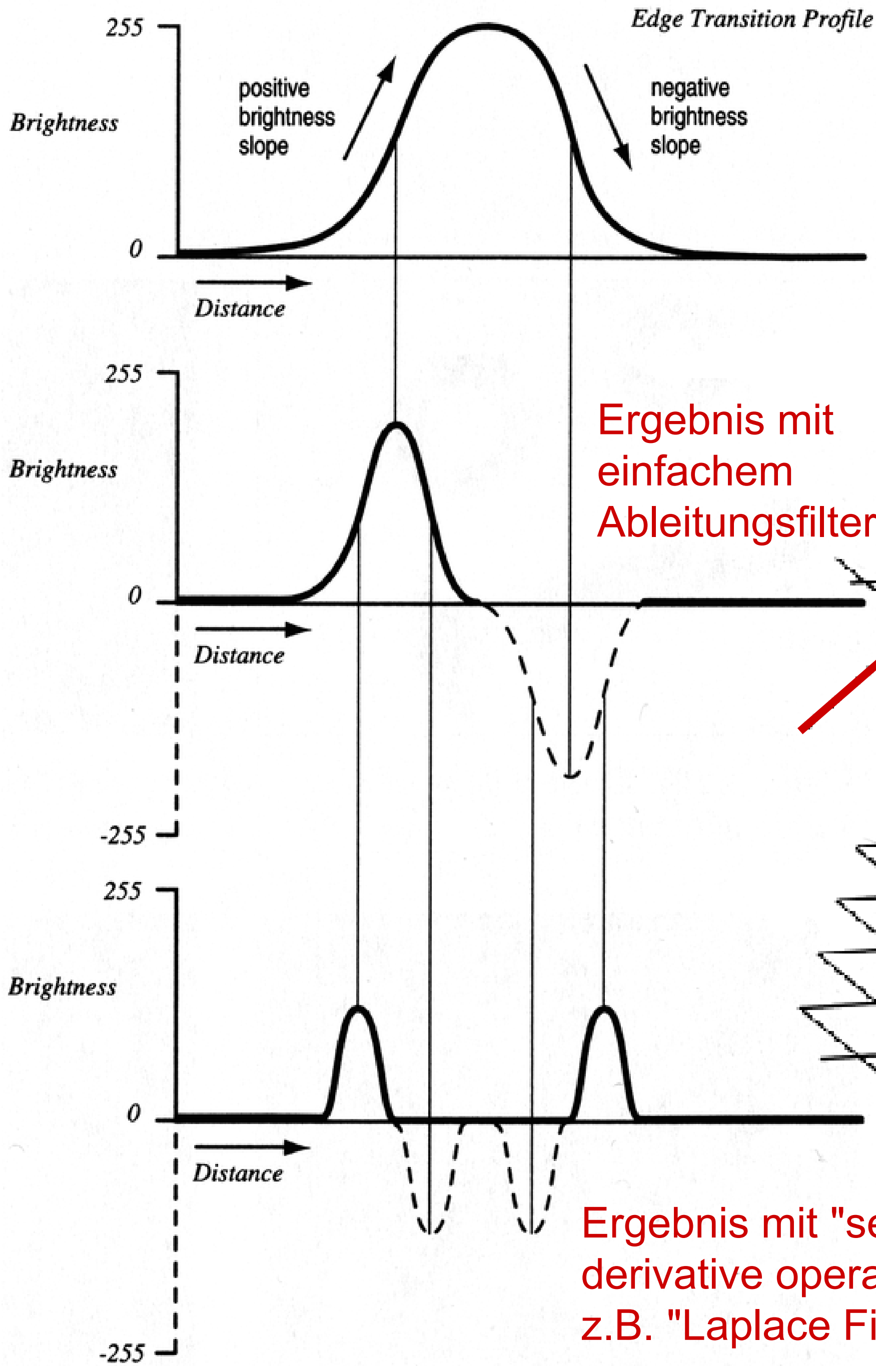
$$S'(x) = \frac{\partial S}{\partial x}$$

1. Ableitung nach x

$$S''(x) = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$$

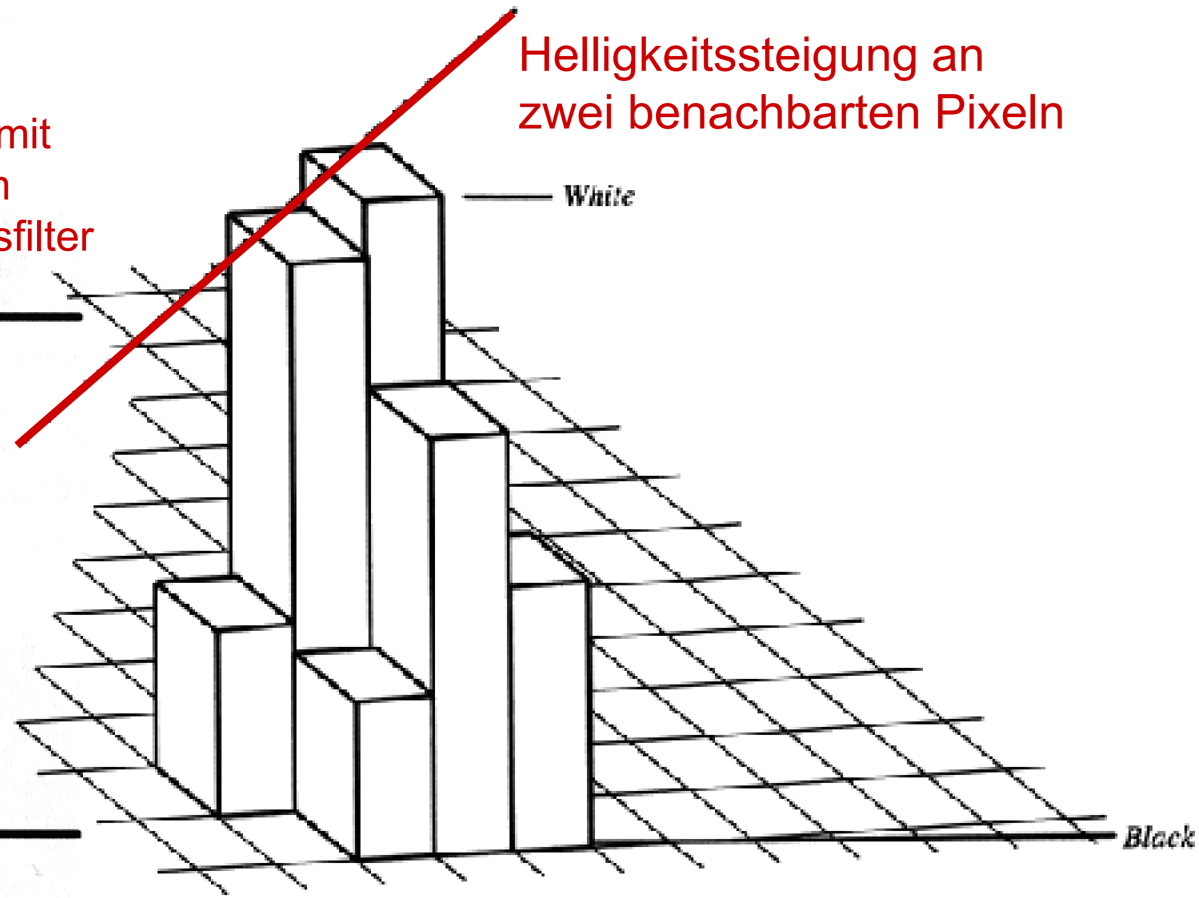
2. Ableitung nach x

# Helligkeitskeitssteigung (brightness slope)




Ergebnis mit einfachem Ableitungsfilter

Ergebnis mit "second derivative operator" z.B. "Laplace Filter"




Helligkeitssteigung an zwei benachbarten Pixeln

# Diskrete Ableitung in 2D
## (Numerische Approximation)

Horizontale Maske

$$\frac{\partial}{\partial x} f(i,j) \cong f(i,j) - f(i-1,j) \qquad \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(i,j) \cong f(i,j) - f(i,j-1)$$

Vertikale Maske

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(i,j) \cong \frac{\partial}{\partial x} f(i+1,j) - \frac{\partial}{\partial x} f(i,j) =$$

$$= f(i-1,j) + f(i+1,j) - 2f(i,j)$$

Maske für horizontale 2. Ableitung

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

# Herleitung von Filtermasken

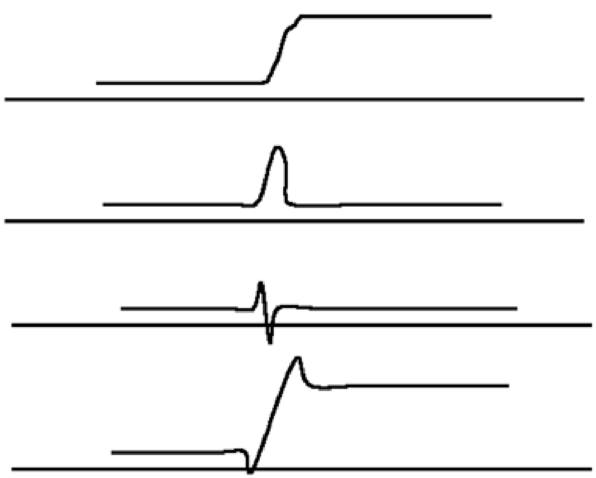
## Beispiel: 3×3 Laplace - Operator

Kombination einer horizontalen und einer vertikalen Faltung durch Addition der Filtermasken:

Allgemeiner Laplace-Operator:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



$f(x)$

$f'(x)$

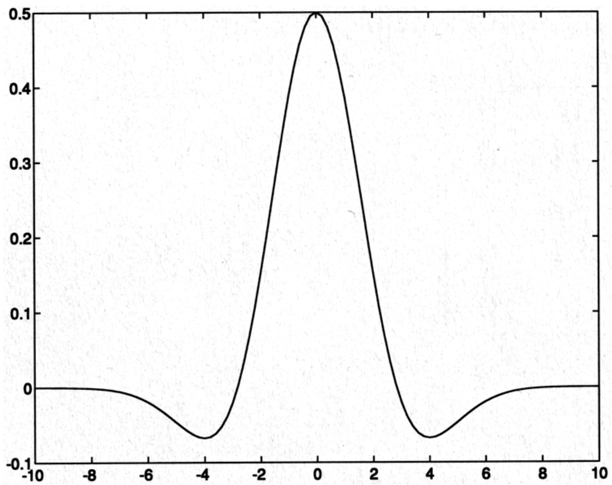
$f''(x)$

$f(x) - f''(x)$

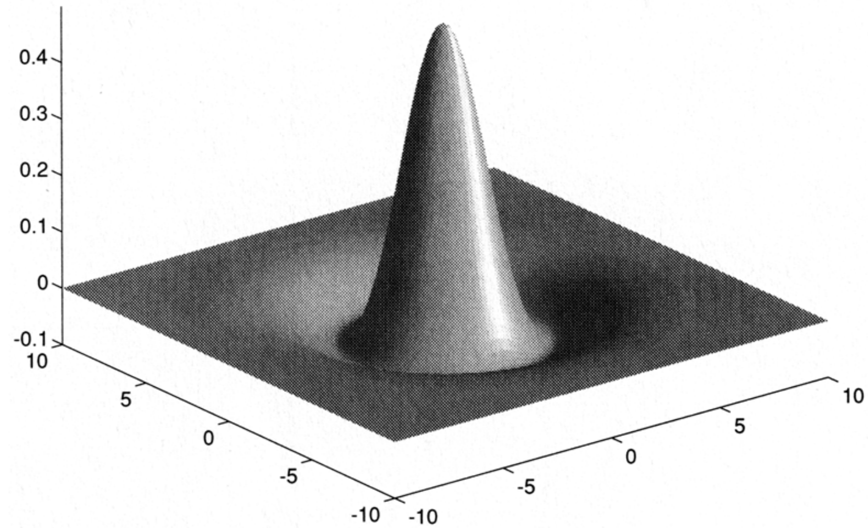
Subtraktion des Laplace-gefilterten Bildes vom Original:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

# Laplace - Filter
## (Mexican Hat)




Der Laplace-Filter ist ein **isotroper** 2-fach differenzierender Filter!



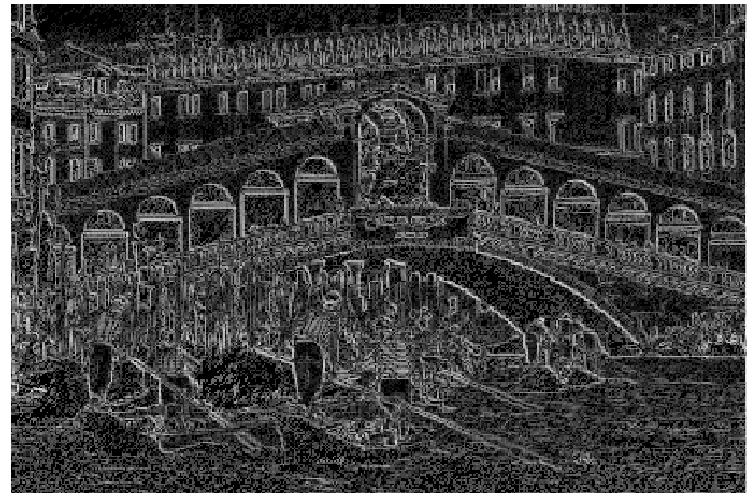

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | -1 | -2 | -1 | 0 |
| -1 | -2 | 16 | -2 | -1 |
| 0 | -1 | -2 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |

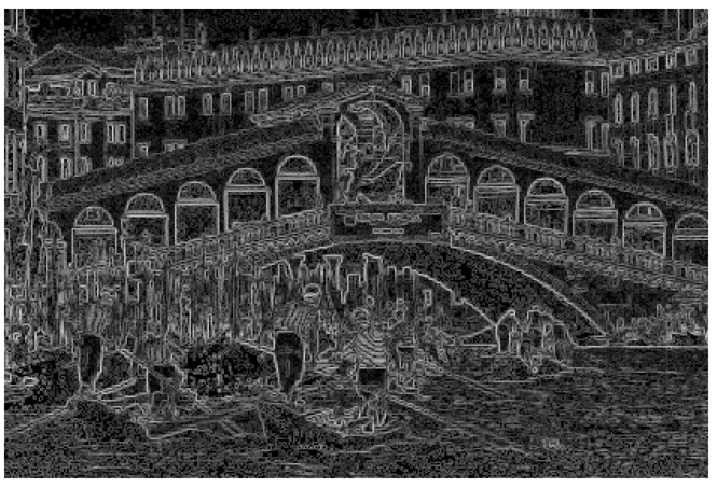
| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 8 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |

| | | |
|---|---|---|
| 0 | -1 | 0 |
| -1 | 4 | -1 |
| 0 | -1 | 0 |

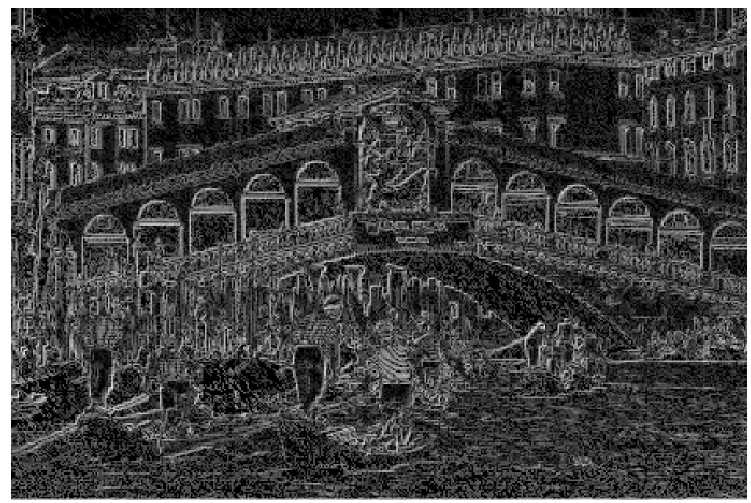
# Einfache Ableitungsfilter
# Roberts Operatoren

| | |
|---|---|
| 0 | 1 |
| -1 | 0 |





| | |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | -1 |



# Ableitungsfilter (2)

**Betrag** des Gradienten an einem Punkt (x,y) einer zweidimensionalen kontinuierlichen Funktion:

$$\left|\nabla f(x,y)\right| = \left|G[f(x,y)]\right| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

**Richtung** des Gradienten an einem Punkt (x,y) einer zweidimensionalen kontinuierlichen Funktion:

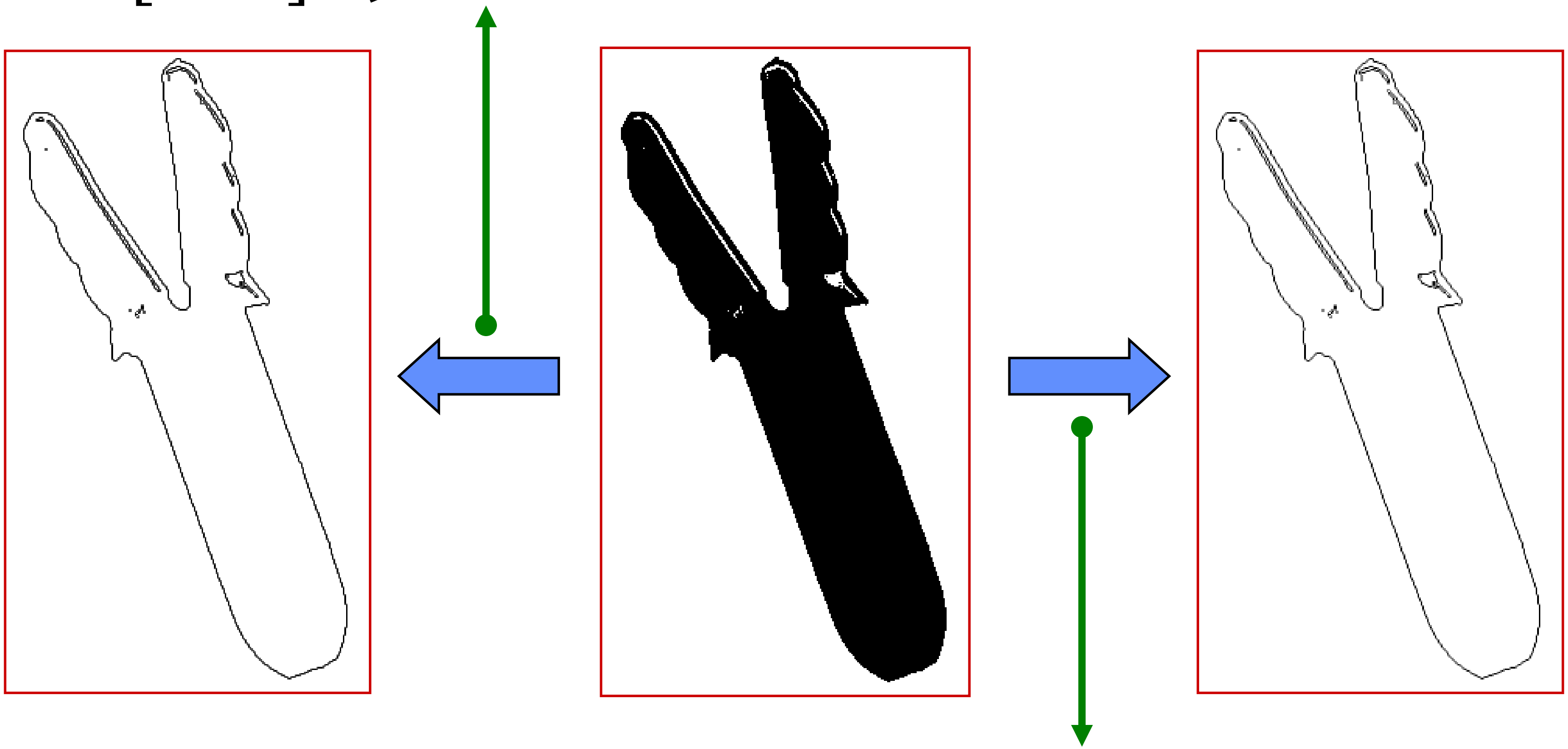
$$\alpha(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

| | |
|---|---|
| 0 | 1 |
| -1 | 0 |

# Anwendung des Roberts Operators auf Binärbilder

| | |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | -1 |

$$G\big[B[i,j]\big]=\sqrt{(B[i,j]-B[i+1,j+1])^2+(B[i+1,j]-B[i,j+1])^2}$$



$$G\big[B[i,j]\big]=\big|B[i,j]-B[i+1,j+1]\big|+\big|B[i+1,j]-B[i,j+1]\big|$$

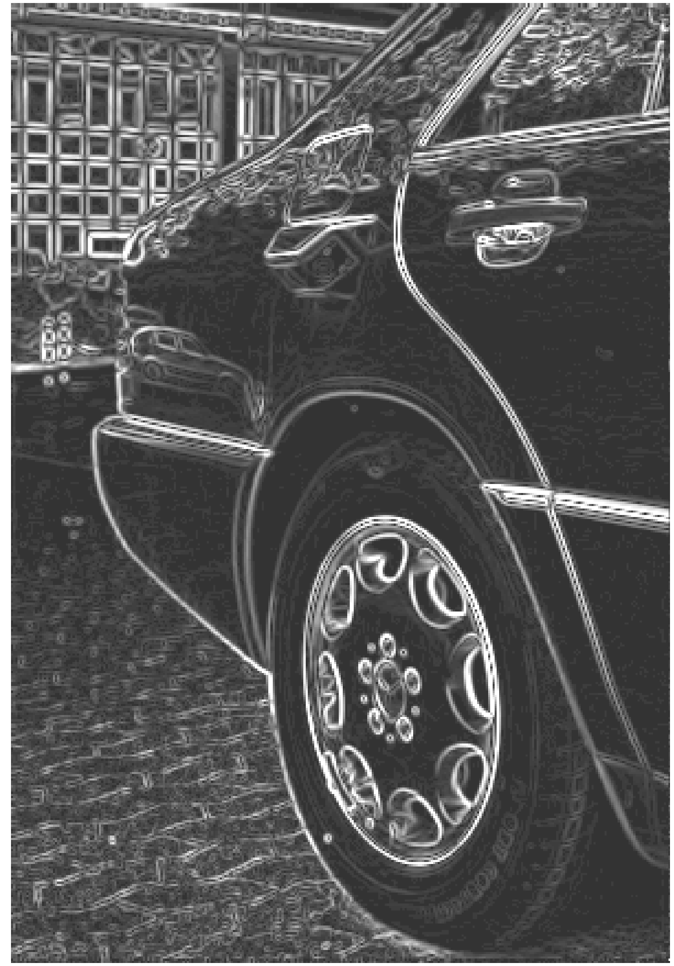
# Sobel - Operator

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -2 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 |

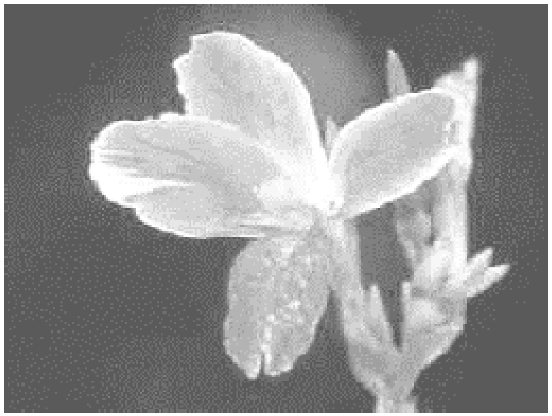
Zeilenmaske

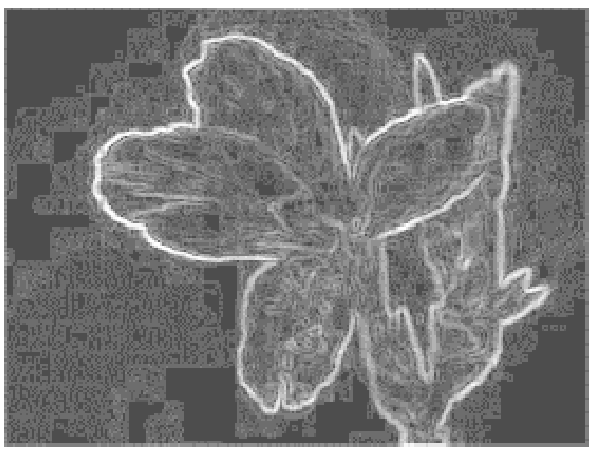
| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -2 | 0 | 2 |
| -1 | 0 | 1 |

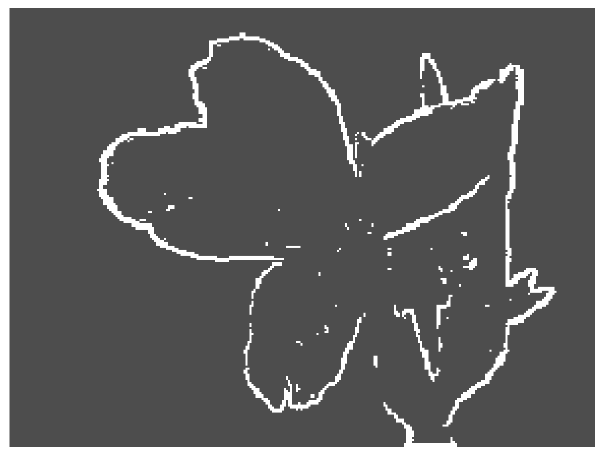
Spaltenmaske



# Kantenextraktion (1)
## Binarisierung des Ableitungsbildes







Ergebnis der Sobel-Filterung

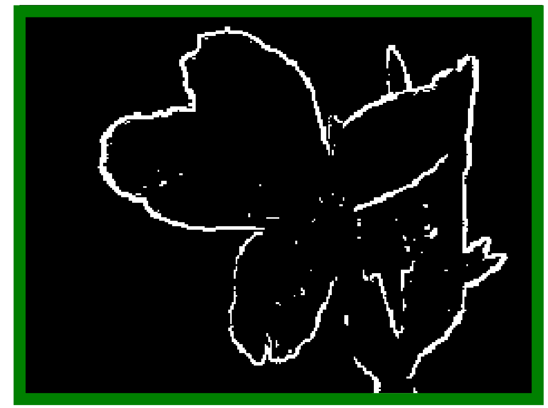
Schwellwert $\tau = 40$

# Binarisierung des Ableitungsbildes zur Kantenextraktion

## Wahl des Schwellwertes ist entscheidend!

$\tau = 10$

$\tau = 25$



$\tau = 40$

$\tau = 55$

$\tau = 70$