

Übungsblatt 1

Primzahlen und Modulare Arithmetik

Aufgabe 1.1 Modulare Arithmetik

Berechnen Sie:

- (a) $(-7 + 5 + 40) \bmod 8$
- (b) $(27 \cdot 456 + 33) \bmod 13$
- (c) $2757^{27} \bmod 9$
- (d) $2764^{27} \bmod 9$

Aufgabe 1.2 11er-Teilbarkeitsregel

Stellen Sie eine möglichst einfache Regel auf, wann eine Zahl durch 11 teilbar ist. (natürlich mit Begründung!). Welchen Rest hat die Zahl 123456 bei Division durch 11?

Aufgabe 1.3 Wochentag

Der 01.01.2007 war ein Montag. Welchen Wochentag hat der 01.01.2107?

Hinweis: Jedes Jahr hat 365 Tage, ausser wenn es ein Schaltjahr ist, das hat 366 Tage. Schaltjahre sind alle durch 4 teilbaren Jahre, mit Ausnahme derjenigen Jahre, die durch 100, aber nicht durch 400 teilbar sind.

Aufgabe 1.4 CRT

Bestimmen Sie die Lösungsformel für den Kartenspielertrick mit $N=40$ Karten, die man zuerst in 6er- und dann in 7er-Stapeln auslegt. Welche Karte $0,1,2,\dots,39$ hat sich der Zuschauer gedacht, wenn er zuerst auf den 0. Stapel, dann auf den 4. Stapel zeigt?

Aufgabe 1.5 Algorithmus Erweiterter Euklid

Ermitteln Sie mit dem Algorithmus Erweiterter Euklid das $\text{ggT}(m,n)$ und seine Aufspaltung in ganzen Zahlen x,y mittels $\text{ggT}(m,n) = mx + ny$ für

- a) $m=49, n=255$
- b) $m=261, n=123$

(Stellen Sie geeignete Tabellen auf und erklären Sie exemplarisch einige Einträge mit eigenen Worten)