

Bereiten Sie die Aufgaben für die nächsten Übungsstunden so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen!

## Übungsblatt 6: Integralrechnung

### Aufgabe 1

Für folgende Integrale brauchen Sie **noch keine komplizierte Regel**:

a)  $\int \frac{1}{2}x^3 + 6x^2 + 1 \, dx$

b)  $\int_{-4}^4 4x^3 - 3x^2 + 1 \, dx$

c)  $\int \frac{10x^8 + 3}{x^4} \, dx$

d)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \, dx$

e)  $\int \frac{\sqrt{2x}\sqrt{3x}}{\sqrt[4]{x^3}} \, dx$

### Aufgabe 2

Bei folgenden Integralen wenden Sie die **partielle Integration** an:

a)  $\int x \cos x \, dx$     b)  $\int x^2 \cos x \, dx$

### Aufgabe 3

Gegeben ist die lineare Funktion  $f(x) = mx + d$ .

Zeigen Sie, dass der Mittelwert dieser Funktion über dem Intervall  $[a;b]$  gleich dem Funktionswert in der Mitte des Intervalls ist.

(Anwenden der Aussage des Mittelwertsatzes der Integralrechnung)

### Aufgabe 4

Bei folgenden Integralen wenden Sie die **Integration durch Substitution** an:

a)  $\int x(x^2 + 3)^4 \, dx$     b)  $\int x\sqrt{x^2 - 1} \, dx$     c)  $\int_{\pi/2}^{2\pi} \sin x \cdot \cos x \, dx$

d)  $\int_0^1 \sin x \cdot e^{\cos x} \, dx$

## Aufgabe 5

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale mit einer geeigneten Methode:

a)  $\int_0^{2\pi} \sin\left(\frac{x}{4}\right) dx$

b)  $\int_1^e \ln x dx$

c)  $\int_0^1 \frac{4x+6}{x^2+3x+2} dx$

## Aufgabe 6

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale. Wenden Sie die passenden Integrationsregeln an:

a)  $\int \sin(ax) dx$

b)  $\int \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx$

c)  $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x} dx$

## Aufgabe 7

Berechnen Sie den Inhalt der Flächen, die von den folgenden Funktionen eingeschlossen werden, machen Sie sich zunächst eine Skizze:

a)  $y = x^3 - 2x^2 - 3x$  und  $y = 0$  und  $x = 4$

b)  $y = \ln x$  und  $x = 5$  und  $y = 0$

## Aufgabe 8

Gegeben sei die Fläche, die von der Kurve mit der Gleichung  $y = x^2$  ( $x > 0$ ), der  $y$ -Achse und der Geraden mit der Gleichung  $y = b^2$  begrenzt wird. Wie heißt die Gleichung der Geraden, welche die beschriebene Fläche halbiert und parallel zur  $x$ -Achse verläuft?

## Aufgabe 9

Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

a)  $\int_1^{\infty} \frac{x^2+2}{x^4} dx$

b)  $\int_{-\infty}^0 e^x dx$

c)  $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$

## Aufgabe 10

Stellen Sie die Funktionsgleichung eines Halbkreises um den Ursprung mit Radius  $r=2$  explizit dar. Lassen Sie diese Halbkreisfläche um die  $x$ -Achse rotieren und berechnen Sie mit der Volumenformel für die Drehung um die  $x$ -Achse das Kugelvolumen dieser Kugel. Bestätigen Sie allgemein die Formel für das Kugelvolumen, welche Sie noch aus der Schule kennen.