Mathematik 1 - Wiederholungsaufgaben

Summen & Folgen

Aufgabe 1 :

Berechnen Sie folgende Summen

(i) $\sum_{k=1}^{10}(5k+7m)$

(ii) $\sum_{k=1}^{100}(3k+5)$ (Hinweis: Was ist $\sum_{k=1}^{100}k$? → Formelsammlung oder geschickte Umformung!)

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Grenzwerte g der Folgen $(a_n)_{n\in N}$ bzw. $(a_k)_{k\in N}$

a1) $a_n = \frac{1-5n^2}{1-8n^2}$ a2) $a_n = \left(7-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right)$ a3) $a_k = \left(\frac{1-2k}{4k+2\sqrt{k}}\right)^3$

a4) $a_n = \frac{9\cdot 10^n + 4\cdot 10^{2n}}{3\cdot 10^{n/2} + 50\cdot 10^{2n-1}}$

Logarithmus-/Exponential-Gleichungen

Aufgabe 3:

Lösen Sie bei (a) – (c) nach x auf und vereinfachen Sie die Terme bei (d) – (f):

(a) $e^x = 2e^{-x+2}$ (b) $ln(x)+ln(x+2)=0$

(c) $ln(x)-ln(x+2)=0$

(d) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$ (e) $\frac{1}{n!}+\frac{1}{(n+1)!}$ (f) $\frac{\binom{n}{2}}{n(n-1)}$

Grenzwerte

Aufgabe 4: (x und t sind reelle Zahlen)

$$\lim_{x \to 0} \frac{a^x - b^x}{\tan x} = ? \qquad (a,\ b > 0)$$

Aufgabe 5:

$$g = \lim_{t \to 0} \frac{\sin(3t)}{\sqrt{t+2} - \sqrt{2}} = ?$$

Aufgabe 6:

$$g = \lim_{x \to 1} x^{\frac{1}{x-1}} = ?$$

Lineare Algebra

Aufgabe 7 :

Zeigen Sie am Beispiel der 3-reihigen Matrizen $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -6 & 9 & -3 \\ -4 & 6 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$,

dass die Matrizenmultiplikation *nicht-kommutativ* ist, d. h. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ gilt.

Aufgabe 8 :

Begründen Sie, warum die folgenden Determinanten verschwinden:

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{b)} \begin{vmatrix} -1 & 4 & -5 \\ -2 & 1 & -10 \\ 6 & -12 & 30 \end{vmatrix} \quad \text{c)} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 5 & -8 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & -6 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{d)} \begin{vmatrix} 4 & -3 & 4 \\ -20 & 15 & -20 \\ 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 9:

Welche Lösungen besitzt die Gleichung $\begin{vmatrix} \lambda - 1 & 0 & 2 \\ 1 & \lambda - 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0\,?$