

V2024-04-24

Mittwoch, 24. April 2024 10:56

Orga: 1) Teamplan in ILU

2) Klausuren: wahrsch Auf na Woche

Wahrscheinlichkeit

Kombinatorik: "Kunst des Zählens"

Laplace Spezialfall:  $P(A) = \frac{\# \text{ günstige f. A}}{\# \text{ alle Fälle}}$

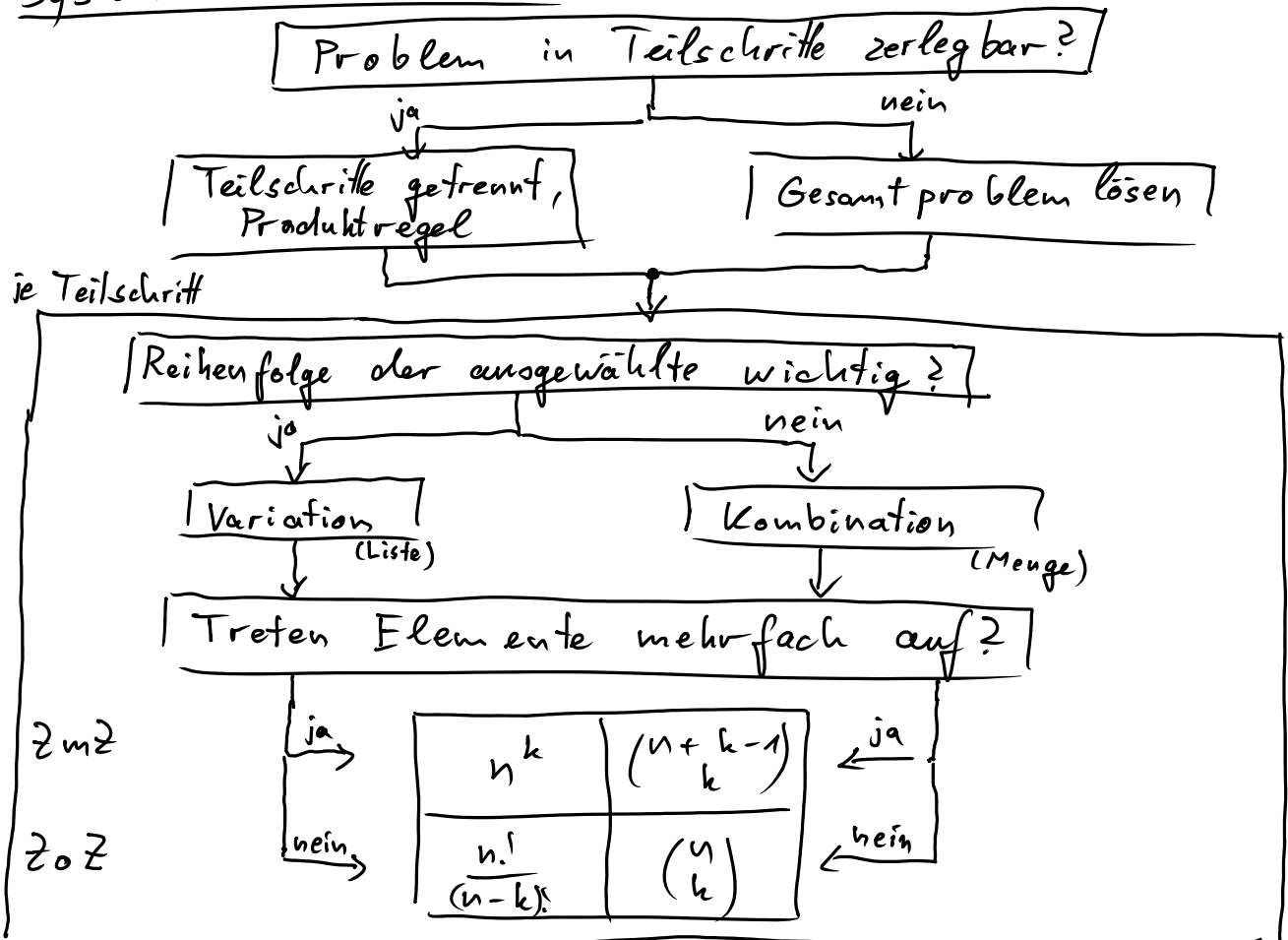
wenn Ereignisse  
gleich wahrsch.

Variation (Liste)

Kombination (Menge)

k-Stichproben aus  
Gesamtmenge n

Systematik Kombinatorik



# Anwendungsbeispiel Binomischer Satz

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Bew:

Wir schreiben das Produkt aus

$$(a+b)^n = \underbrace{(a+b)(a+b) \cdot \dots \cdot (a+b)}_{n\text{-mal}}$$

- in Gedanken ausmultiplizieren
- jeder Summand hat  $n$  Faktoren, entweder  $a$  oder  $b$
- alle Terme, die  $k$   $a$ 's haben, zusammenfassen
- wie viele? - Anzahl der Möglichkeiten,  $k$   $a$ 's auf  $n$  Plätzen zu positionieren

Bsp  $n=3, k=2$

$\boxed{a} \boxed{a} \boxed{\phantom{a}}$   
1 2 3

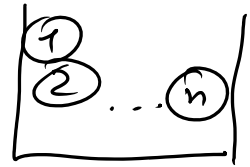
$\boxed{a} \boxed{\phantom{a}} \boxed{a}$

$\boxed{\phantom{a}} \boxed{a} \boxed{a}$

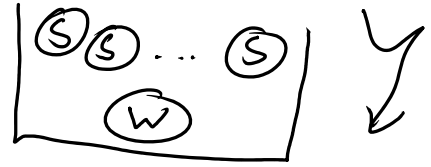
Allgemein: ZöZ aus der Positionsmenge  $\underbrace{\{1, 2, \dots, n\}}_n$   
 $k$ -mal  
 ungeordnete  $\Rightarrow \underline{\underline{\binom{n}{k}}}$

Urnenexperiment

muss immer verschieden bezeichnete Kugeln haben



Gegenbsp. Urne mit 99 schwarzen und 1 weißen Kugel



Wenn ich aus dieser Urne ziehe kommt entweder (S) oder (W) heraus

Würde man jetzt Laplace anwenden  $P(S) = \frac{1}{2}$  (f)

Richtig ist:

A rectangular box representing an urn. Inside, there are circles representing balls. The top row contains circles labeled 'S1', 'S2', ..., 'S99'. Below them, in the center, is a circle labeled 'W'.

$$P(S) = P(S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_{99})$$

$$= \frac{99}{100} = \underline{\underline{99\%}}$$

Bsp: Urne mit 10 W, 20 S Kugeln

z.z., wie wahrsch ist 3W und 1S zu ziehen bei 4er Ziehung

Lsg: z.z., ungeordnet:  $\binom{30}{4}$  mögl 4er-Ziehungen insges

günstige Fälle: Hilfsurnen



3x

1x

↓

↓

$$\binom{10}{3}$$

$$\cdot \binom{20}{1}$$

$$\Rightarrow P(3W+1S) \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{Laplace}}}{=} \frac{\binom{10}{3} \binom{20}{1}}{\binom{30}{4}} = \underline{\underline{8.75\%}}$$

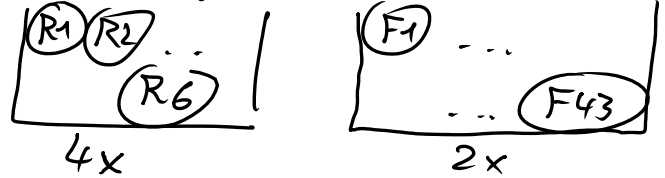
# Übung

Mittwoch, 24. April 2024 12:12

(i3) Lotto, "6 aus 49", ZZZ, ungeordnet,

a)  $\binom{n}{k} = \binom{49}{6} = 13.9 \cdot 10^6$

b) Bei einer konkreten Ziehung werden 6 Richtige gezogen. Hilfsurnen:



$$P(\text{"4 Richtige"}) = \frac{\binom{6}{4} \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = 0.000368 \approx \underline{\underline{\frac{1}{1000}}}$$

hypergeom. Verteilung

(i4) Erste Schritt: In wie vielen Positionen können genau 2 a's auftreten  $\Rightarrow$  Positionsmenge  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

2x ziehen, z.B.  $\{1, 2\}$  :  $\begin{matrix} a & a & * & * & * \\ 1 & 2 & & & \end{matrix}$

$\{1, 3\}$  :  $\begin{matrix} a & * & a & * & * \\ 1 & & 3 & & \end{matrix}$

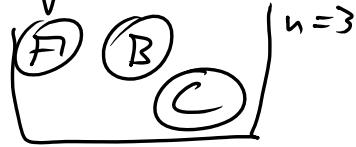
Wie viele Möglichkeiten: ZZZ, ungeordnet,  $n=5$   
 $\Rightarrow \underline{\underline{\binom{5}{2} = 10}}$

Zweiter Schritt: \* - Positionen mit b oder c besetzen: ZZZ, geordnet,  $n=2$ ,  $k=3 \Rightarrow 2^3 = \underline{\underline{8}}$   
 $\{b, c\}$   $\underline{\underline{3 \text{ * - Positionen}}}$

Insgesamt:  $10 \cdot 8 = \underline{\underline{80}}$  (nach Produktregel)

Ü 5

Wahl geheim  $\Rightarrow$  Stichprobe ungeordnet  
 ZmZ, jeder Wähler hat die gleichen  
 Möglichkeiten  $\{A, B, C\} \leftarrow$  Kandidaten



60x  
 $\downarrow$   
 ZmZ, Kombi

$$\Rightarrow \binom{n+k-1}{k} = \binom{62}{60}$$

$$= \binom{n+k-1}{n-1} = \binom{62}{2} = \frac{62 \cdot 61}{2 \cdot 1}$$

$$= \underline{\underline{1891}}$$