V2024-05-29

Mittwoch, 29. Mai 2024 10:57

$F = m\,a = -m\,g \quad |:m$ g: Grav. konstante $\approx 10 \frac{m}{s^2}$

Beschleunigung $a(t)$ = Änderung Geschw $v(t)$

Geschw $v(t)$ = Änderung des Weges $s(t)$

$v(t) = s'(t)$

$a(t) = v'(t) = s''(t)$

Freier Fall: $\boxed{s''(t) = -g}$ DGL

Übung Typisierung

a) $x'(t) = -2t$ — 1. Ordn, linear, inhomogen, konst. Koeff

b) $t + x\,x' = 0$ — 1. Ordn, nicht-linear

c) $s''(t) = g$ — 2. Ordn, linear, inhomogen, konst. "

d) $x'' + x = 0$ — " " homogen, " "

e) $2x'' - 4x' + 20x = \cos(\omega t)$ — 2. Ordn, " , inhomogen, " "

f) $(2t^2+1)\,x'' = 0$ — 2. Ordn, linear, homogen, nicht-konst Koeff zu 12.3.1 Aktivierung

$C_2 =$ Anfangsort $s(0)$

$C_1 =$ Anfangsgeschw $v(0)$

Ü zu b)

$$s''(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}}$$

$$s'(t) = t^{\frac{1}{2}} + C_1$$

$$s(t) = \int \left(t^{\frac{1}{2}} + C_1\right) dt$$

$$\underline{\underline{s(t) = \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + C_1 t + C_2}}$$

allg. Lsg

$$\boxed{\begin{aligned} \int \frac{1}{2\sqrt{t}}\,dt &= \int \frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}}\,dt \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} t^{\frac{1}{2}} + C_1 \\ \int t^2\,dt &= \frac{1}{3} t^3 + C \end{aligned}}$$

c) $s'(1) = 1^{\frac{1}{2}} + C_1 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{C_1 = 1}}$

$s(1) = 2 \Rightarrow \frac{2}{3} 1^{\frac{3}{2}} + 1 \cdot 1 + C_2 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{C_2 = \underbrace{\frac{1}{3}}_{= \frac{6}{3} - \frac{5}{3}}}}$

$$\underline{\underline{S_{spez}(t) = \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + t + \frac{1}{3}}}$$

spezielle Lösung

Aktivierung zu 12.3.2

		Lsg
a)	$x''(t) = x(t)$	e^{t}, e^{-t}
b)	$x''(t) = a x(t)$	$e^{\sqrt{a}t}, e^{-\sqrt{a}t}$
c)	$x''(t) = -x(t)$	e^{it}, e^{-it}
d)	$x''(t) = -a x(t)$	$e^{i\sqrt{a}t}, e^{-i\sqrt{a}t}$

$\Rightarrow$ alle 4 DGLs werden durch $x(t) = e^{\lambda t}$

$\sin(it)$ ✓

$\sin(t)$ ✓
$\cos(t)$ ✓

N.R.

$(e^{-t})' = -e^{-t}$

$(e^{-t})'' = (-1)^2 e^{-t}$
$= e^{-t}$

$(e^{\lambda t})'' = \lambda^2 e^{\lambda t}$

$\Rightarrow \lambda = \sqrt{a}$
$\lambda^2 = a$