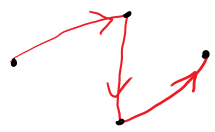
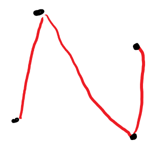
Vorlesung Mathematik 2 3.7.24

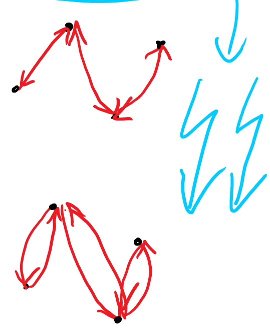
Gerichteter Graph
Digraph



Ungerichteter Graph
gewöhnlicher Graph



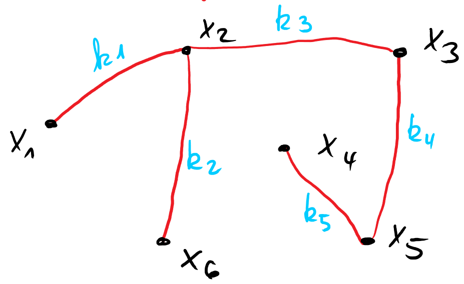
Bitte nicht:



Def: (Zusammenhängender Graph)

Ein ungerichteter Graph heißt zusammenhängend, wenn es zu je zwei Knoten x_i und x_k stets eine Kantenfolge (Weg (→später)) von x_i nach x_k gibt.

Ein zusammenhängender Graph hat keine isolierten Knoten.

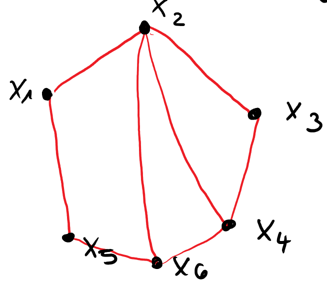


Bp. Weg von x_1 nach x_4
durchlaufene Knoten
x_1 x_2 x_3 x_5 x_4
durchlaufene Kanten
k_1 k_3 k_4 k_5

Def (Zusammenhangskomponente)

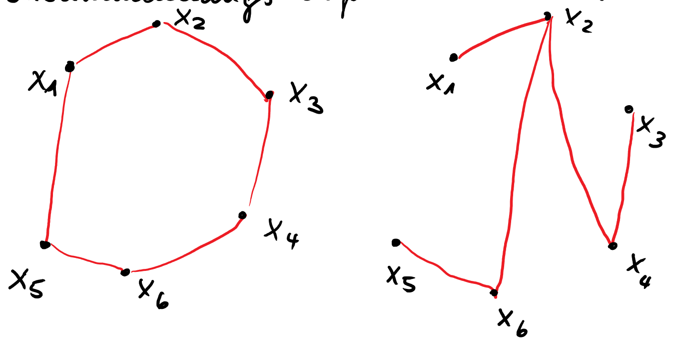
heißt $Z(x_i)$ für den Knoten x_i und besteht aus der Menge der Knoten x_j, für die es einen Weg von x_i nach x_j gibt.

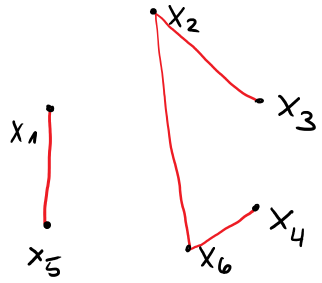
Bp:



zusammenhängend

Zusammenhangskomponenten bilden:

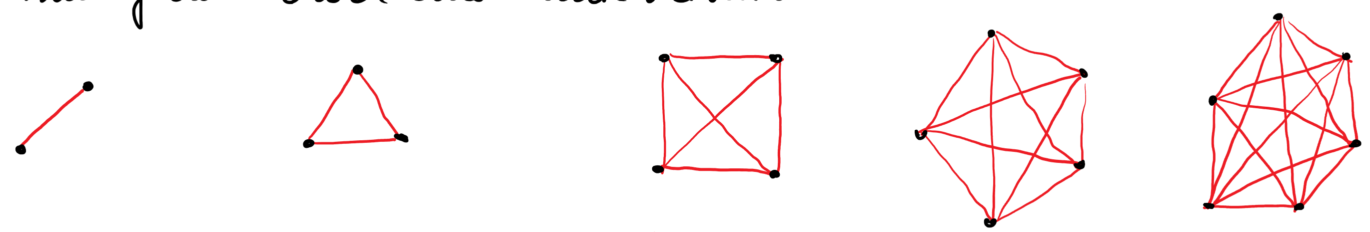




2 Zusammenhangskomponenten

Def. (Vollständiger Graph)

Ein gewöhnlicher Graph heißt vollständig, wenn jeder Knoten mit jedem durch eine Kante verbunden ist.



1 Kante 3 Kanten 6 Kanten 10 Kanten 15 Kanten

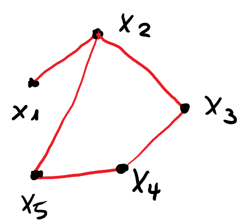
Anzahl Kanten bei n Knoten: $\sum_{i=1}^{n-1} i$

Bp: $n = 6$

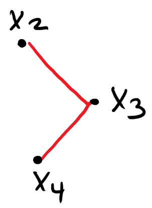
$\sum_{i=1}^{5} i = 1+2+3+4+5$

Def (Untergraph)

erhält man aus einem Graphen durch Entfernung von Knoten und der mit diesem Knoten inzidierenden Kanten

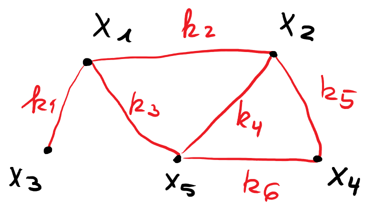


Weglassen: x_1, x_5

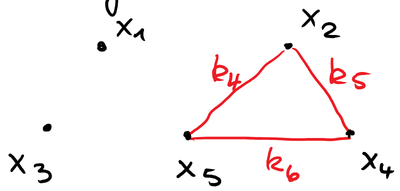


Def (Teilgraph)

erhält man aus einem Graphen, in dem Kanten entfernt werden (die Knoten bleiben)



Weglassen: k_1, k_2, k_3



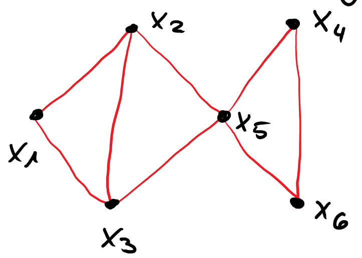
2 isolierte Knoten!

Def: (trennende Knoten, Artikulationspunkte)

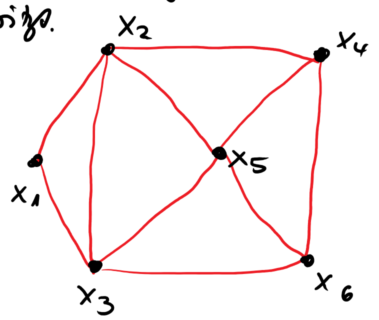
Ein Knoten heißt trennend, wenn nach Herausnahme dieses Knotens und der mit diesem Knoten inzidierenden Kanten der Restgraph mehr Zusammenhangskomponenten als der Ausgangsgraph besitzt.

hangskomponenten als der Ausgangsgraph besitzt.

Bp:



x_5 ist Artikulationspunkt

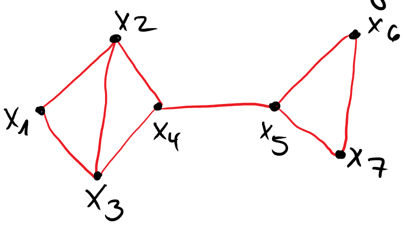


keine trennenden Knoten vorhanden

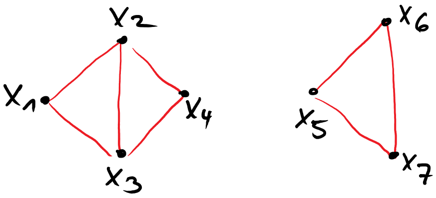
Def (Brücke)

Eine Kante heißt Brücke, wenn durch Entfernen dieser Kante ein nicht zusammenhängender Teilgraph entsteht.

Bp.



Kante $\{x_4, x_5\}$ ist Brücke



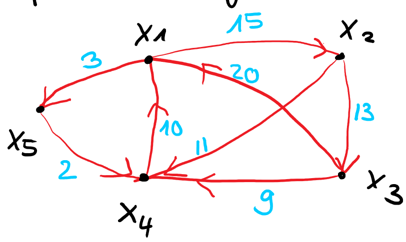
Def. (Digraph)

Ein Graph, der durch Pfeilmarkierungen die Durchlaufrichtung vorgibt.

Def. (bewerteter Graph)

Ein gewöhnlicher oder gerichteter Graph heißt bewertet, wenn jeder Kante eine $f(k) \in \mathbb{R}$ zugeordnet wird.

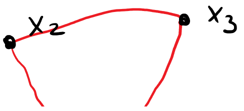
Bp:



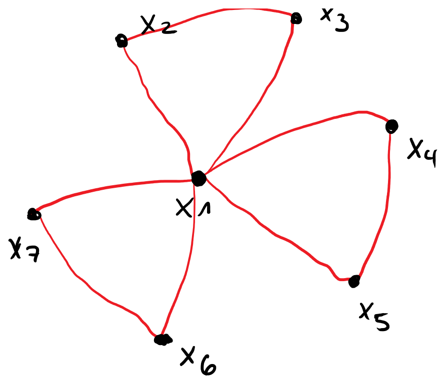
Matrizendarstellung von Graphen

Transformation eines Graphen in eine Matrix

Zunächst gewöhnliche Graphen



$$\begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$



$$
\begin{array}{c|ccccccc}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\
\hline
\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{array} &
\multicolumn{7}{c}{\begin{pmatrix}
0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{pmatrix}}
\end{array}
$$

Geg: $G = (M, K, v)$ ungerichteter Graph mit n Knoten

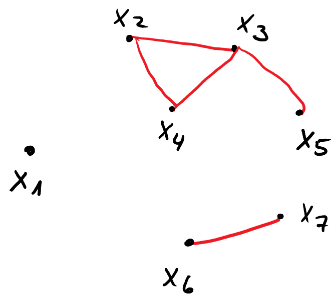
$A = (a_{ij})$ $i,j = 1, \dots, n$ A quadratisch

mit $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{, wenn } x_i x_j \text{ Kante von } G \\ 0 & \text{, sonst} \end{cases}$

7x7 - Matrix
symmetrisch

Bp: Geg. Adjazenzmatrix eines ungerichteten Graphen

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\
\hline
\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{array} &
\multicolumn{7}{c}{\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{pmatrix}}
\end{array}
$$



Graph: