

Vorlesung Mathe 2 17.7.24

Dijkstra - Algorithmus von x_7 aus die kürzesten Wege zu allen anderen Knoten

1) $D(x_7) = 0$ $M_1 := \{x_7\}$

Iteration 1: $M^* = \{x_2, x_4, x_5, x_6, x_9, x_{10}\}$ benachb. Knoten zu x_7

x_9	x_2	x_4	x_5	x_6	x_9	x_{10}
$D^*(x_9)$	12	7	5	9	2	4

$D(x_9) = 2$

$M_2 := \{x_7, x_9\}$

Iteration 2: $M^* = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_{10}\}$

x_5	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_{10}
$D^*(x_5)$	12	8	3	5	9	4
		(2+6)	(2+1)			

$D(x_4) = 3$

Iteration 3: $M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_{10}\}$ alle zu x_7, x_9 und x_4 benachbarten Knoten

x_5	x_1	x_2	x_3	x_5	x_6	x_{10}
$D^*(x_5)$	14	12	6	5	9	4
	(2+1+1)		2+1+3			

$D(x_{10}) = 4$

Iteration 4: $M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_8\}$

x_5	x_1	x_2	x_3	x_5	x_6	x_8
$D^*(x_5)$	14	12	6	5	9	16
	(2+1+1)	(2+1+3)			(4+2)	

$D(x_5) = 5$

Iteration 5: $M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_6, x_8\}$

x_5	x_1	x_2	x_3	x_6	x_8
$D^*(x_5)$	14	12	6	9	7
				(5+2)	

$D(x_3) = 6$

Iteration 6: $M^* = \{x_1, x_2, x_6, x_8\}$

x_5	x_1	x_2	x_6	x_8
$D^*(x_5)$	14	10	9	7
		2+1+3+4		(5+2)

$D(x_8) = 7$

Iteration 7: $M^* = \{x_1, x_2, x_6\}$

x_5	x_1	x_2	x_6
$D^*(x_5)$	14	10	8
			(5+2+1)

$D(x_6) = 8$

x_s	x_1	x_2	x_6
$D^*(x_s)$	14	10	8 5+2+1

 $D(x_6) = 8$

Iteration 8

x_s	x_1	x_2
$D^*(x_s)$	14	10

 $D(x_2) = 10$

Iteration 9

x_s	x_1
$D^*(x_s)$	13 2+1+3+4+3

 $D(x_1) = 13$

Alle Knoten markiert mit den jeweiligen Bewertungen

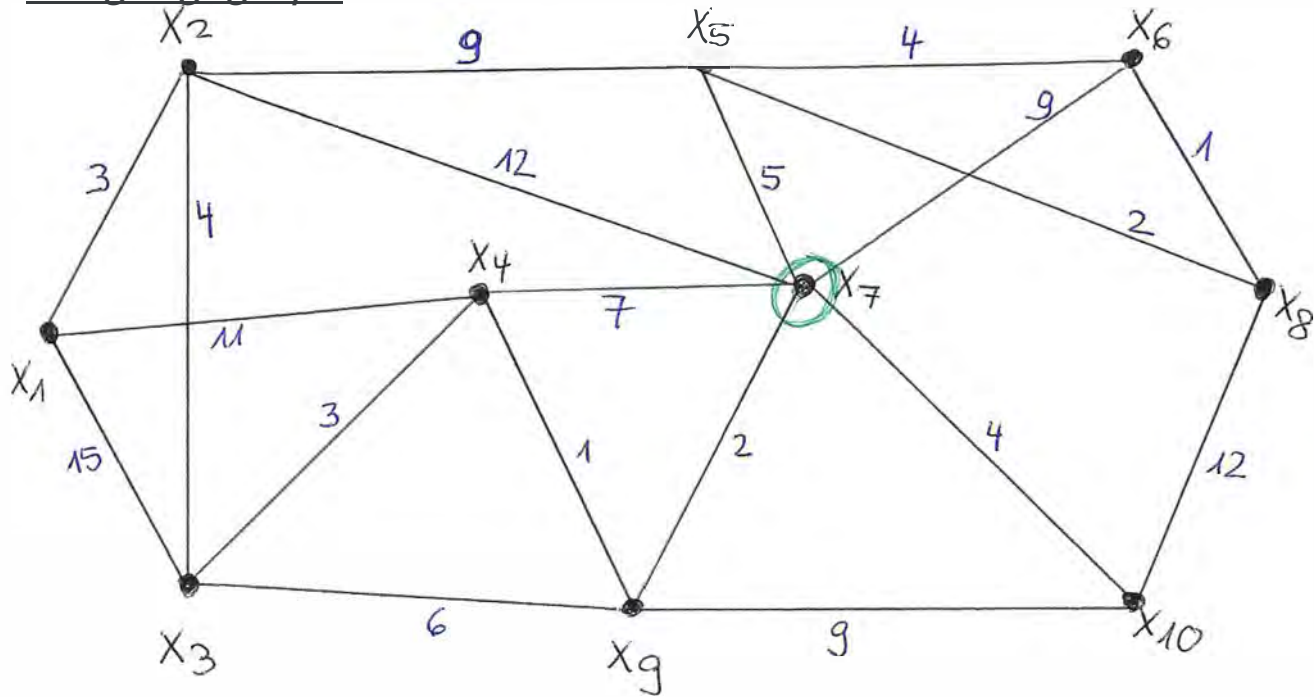
Ausblick auf weitere Anwendungsbereiche der Graphentheorie

Matching

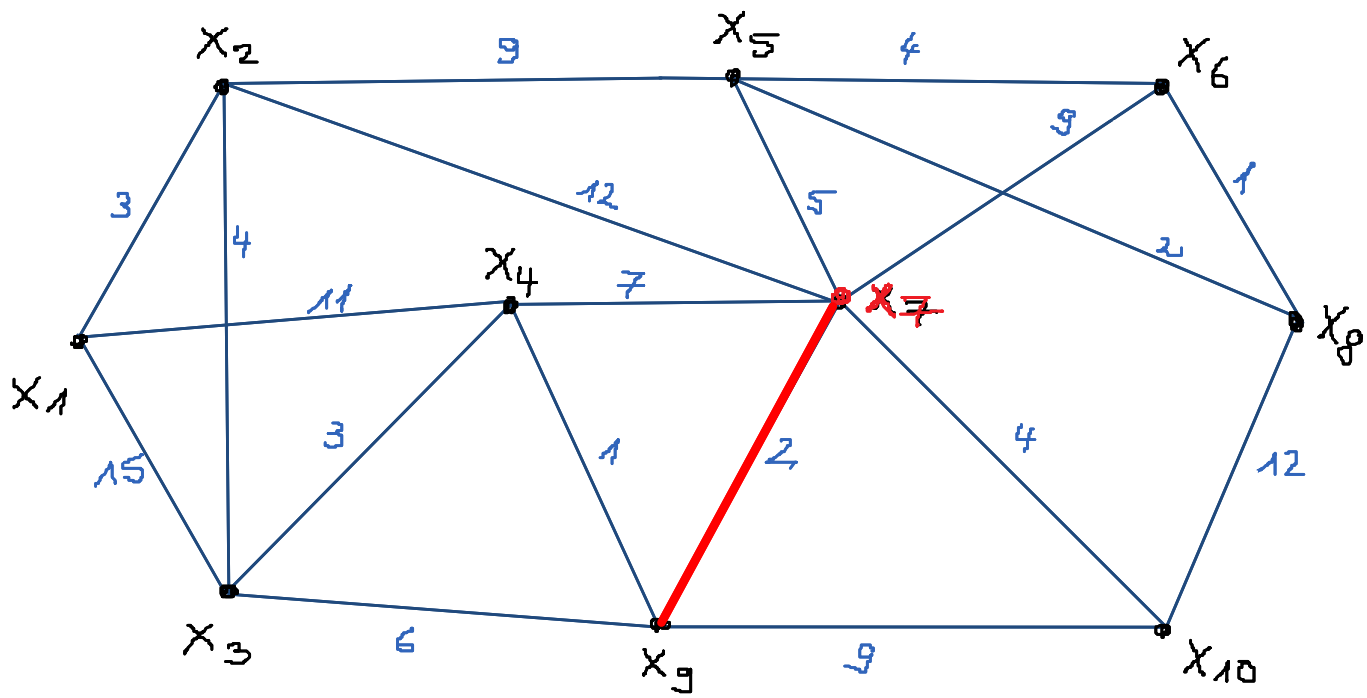
Flüsse und Schnitte in Graphen

(Suche nach maximalen Flüssen)

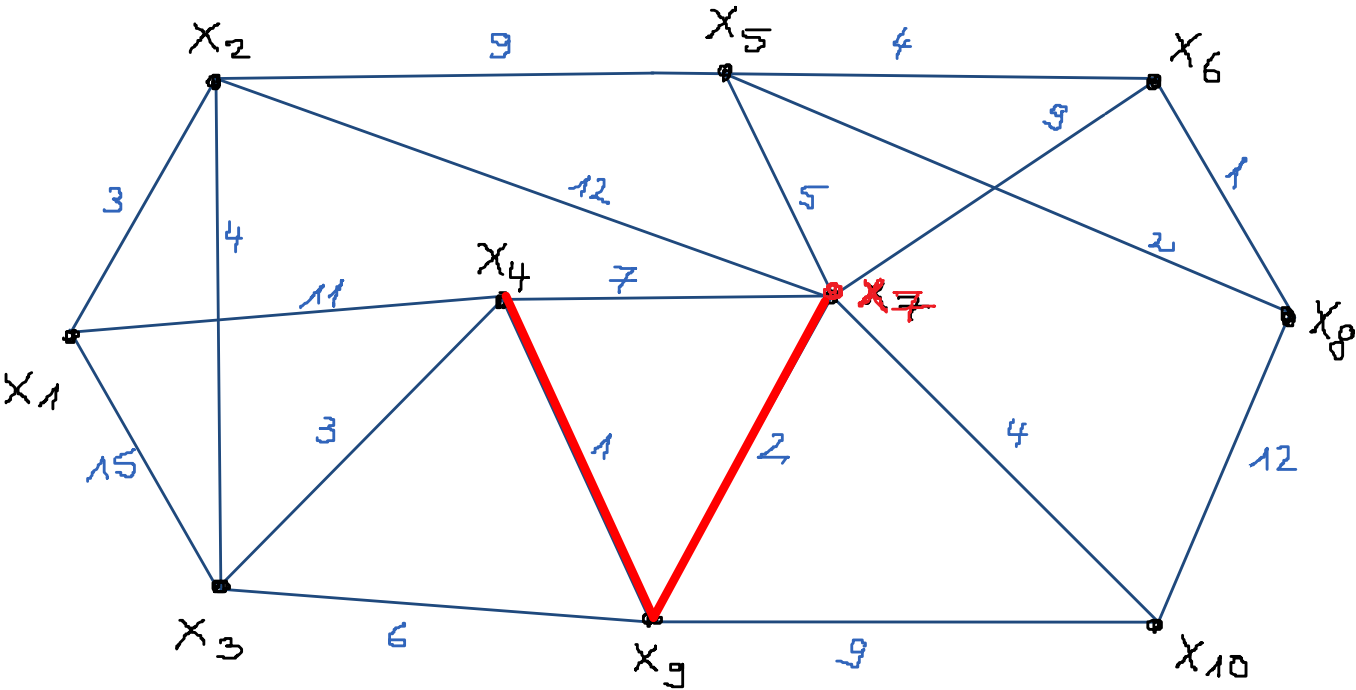
Ausgangsgraph



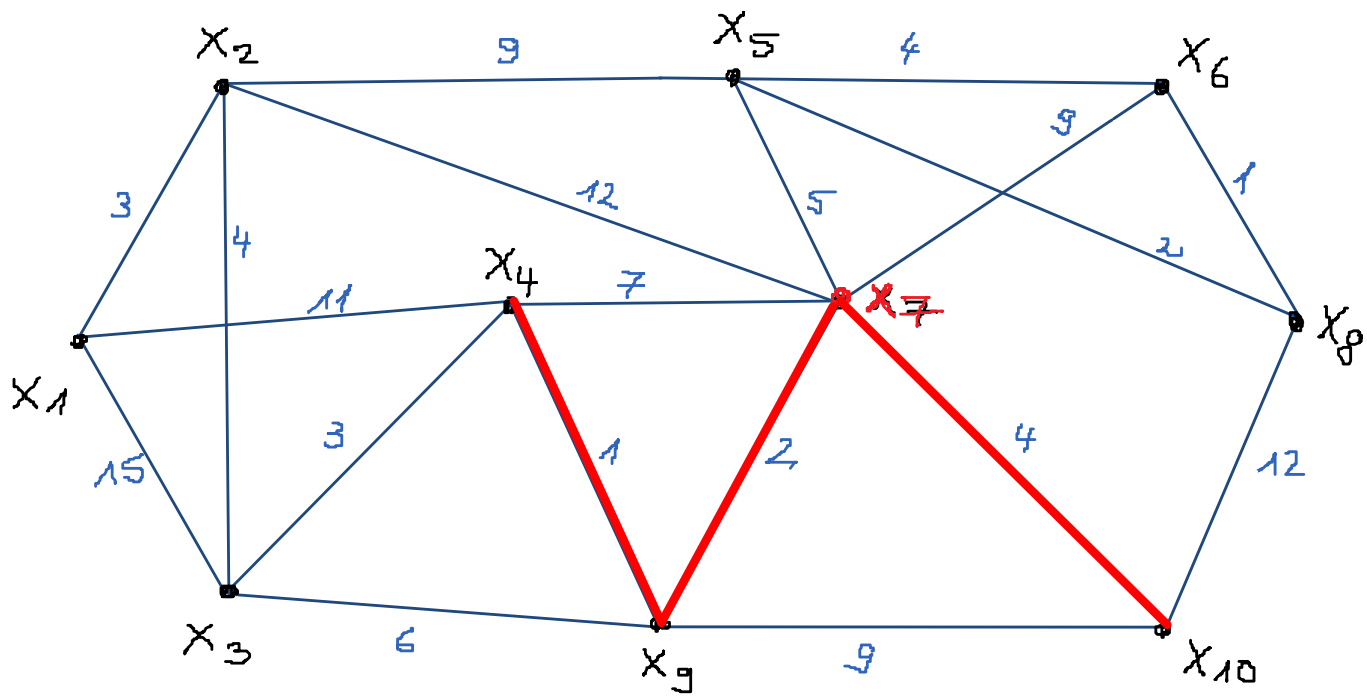
Iteration 1



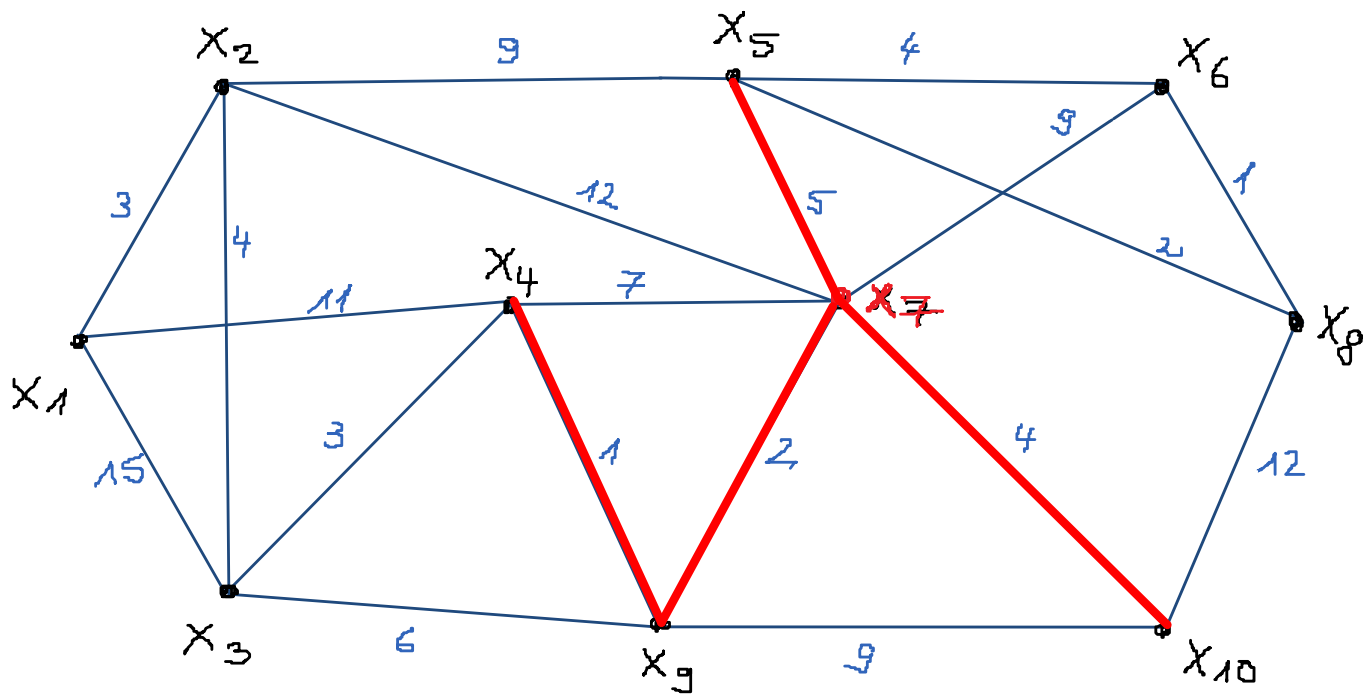
Iteration 2



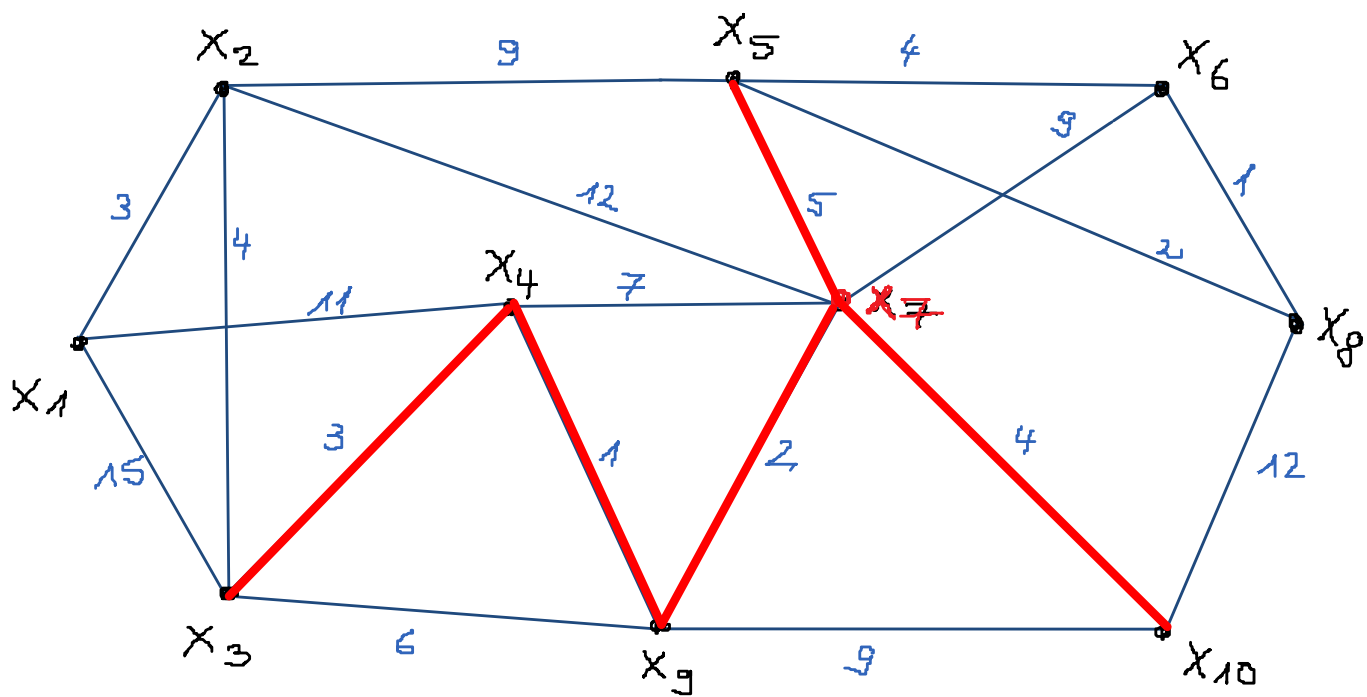
Iteration 3



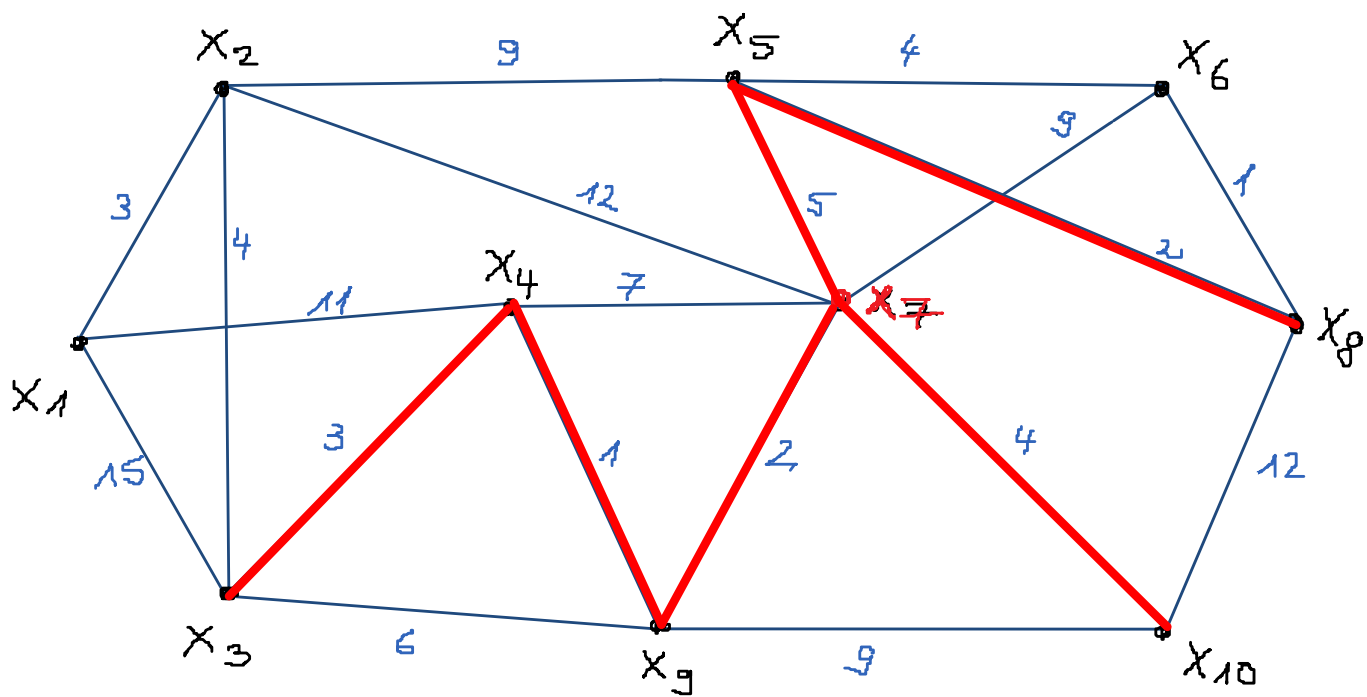
Iteration 4



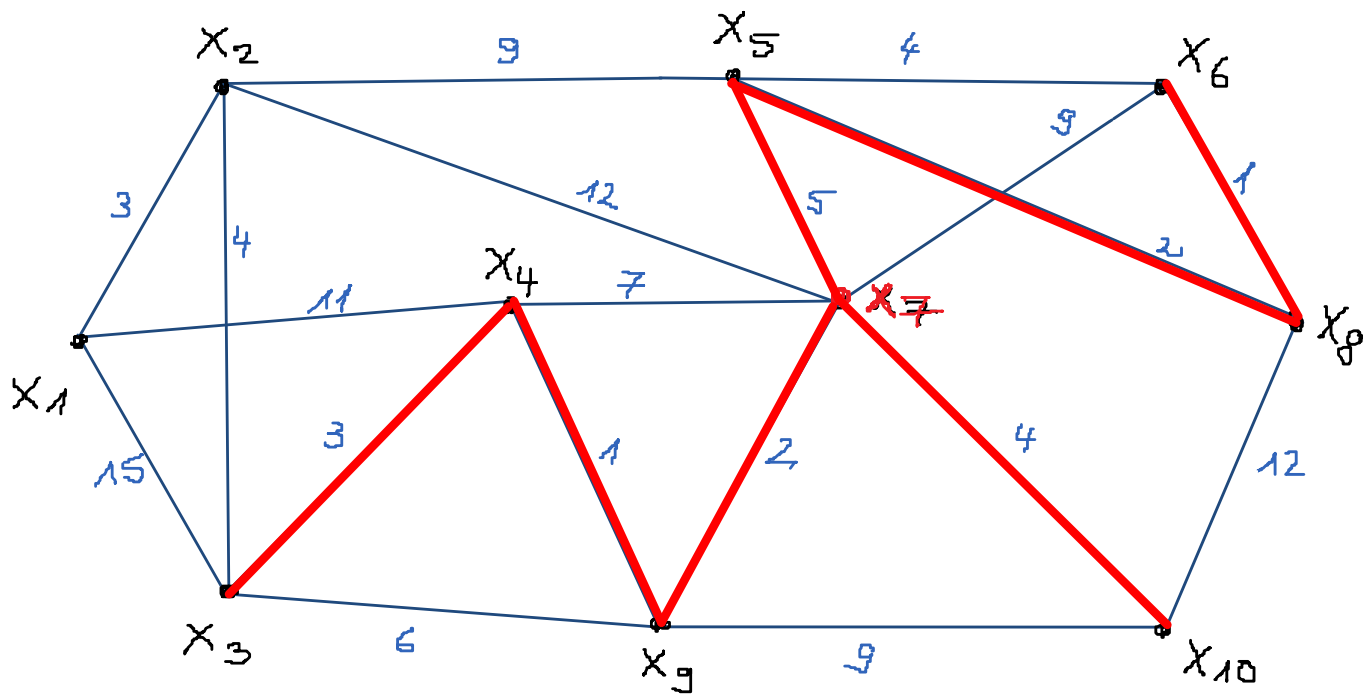
Iteration 5



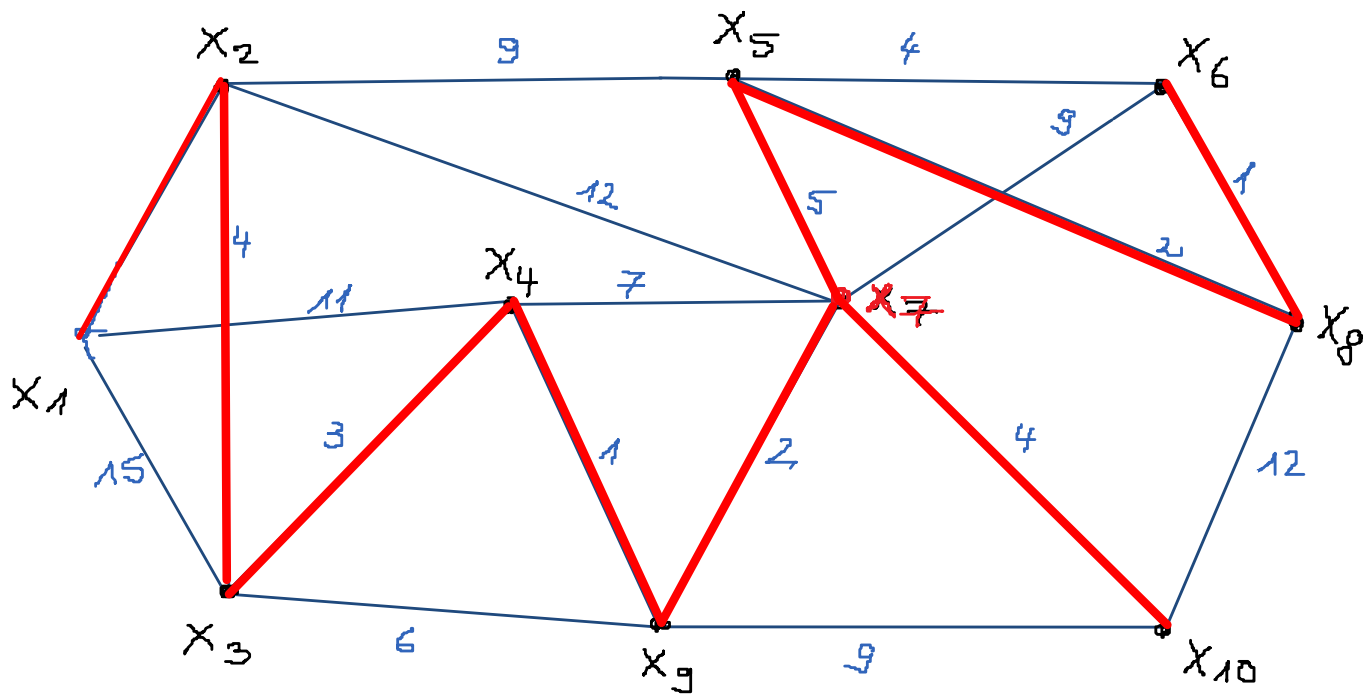
Iteration 6



Iteration 7



Iteration 9



Wiederholung des Themas des SS anhand von Beispielen

1) Integralrechnung Integrationsregeln

Partielle Integration

$$\int u v' dx = uv - \int u' v dx$$

$$\text{Bp: } \int \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx = \int \underbrace{x}_u \underbrace{(x-2)^{-\frac{1}{2}}}_{v'} dx$$

$$u' = 1 \quad v = 2(x-2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int x(x-2)^{-\frac{1}{2}} dx = 2x(x-2)^{\frac{1}{2}} + \int 1 \cdot 2(x-2)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= 2x(\sqrt{x-2}) + 2 \cdot \frac{2}{3} (x-2)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 2x(\sqrt{x-2}) - \frac{4}{3} \sqrt{(x-2)^3} + C$$

$$C \in \mathbb{R}$$

Integration durch Substitution

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x} dx$$

$$z = x^3 + 3x \quad \frac{dz}{dx} = 3x^2 + 3$$

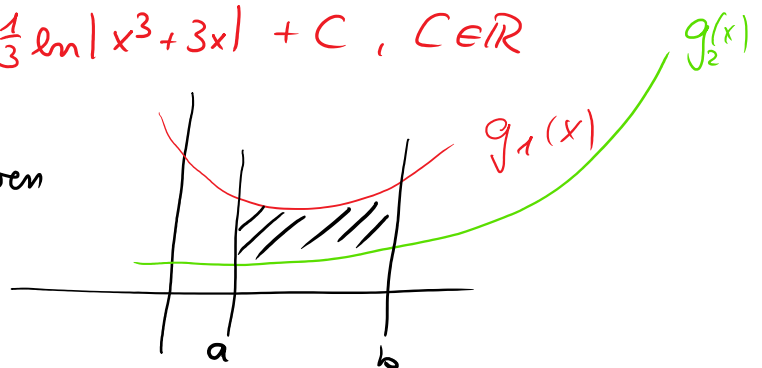
$$dz = 3(x^2 + 1) dx$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{1}{z} dz = \frac{1}{3} \ln|z|$$

$$\stackrel{\text{RS}}{=} \frac{1}{3} \ln|x^3 + 3x| + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

Flächen zwischen zwei Kurven

$$\int_a^b (g_1(x) - g_2(x)) dx$$



Wahrscheinlichkeitsrechnung

2 Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Binomialverteilung

diskrete Verteilung

Normalverteilung

stetige Verteilung

Binomialverteilung

$$b(n, p, x) = \binom{n}{x} p^x \cdot (1-p)^{n-x} \quad x=0, \dots, n$$

Bp. Nachrichtenübertragung Zeichen richtig übertragen mit $p=0,9$
Die Nachricht bestehe aus 8 Zeichen

X : Zva, die die Anzahl der falschen Zeichen angibt
Mit welcher W werden höchstens zwei Zeichen falsch übertragen?
 $n=8 \quad p=0,9 \quad q=1-p=0,1 \quad q$ ist W für falsch

$$P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$\binom{8}{0} 0,1^0 \cdot 0,9^8 + \binom{8}{1} 0,1^1 \cdot 0,9^7 + \binom{8}{2} 0,1^2 \cdot 0,9^6$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 0,43046 + 8 \cdot 0,1 \cdot 0,9^7 + 0,14880$$

$$= 0,43046 + 0,38263 + 0,14880 = 0,96189$$

Bp: Qualitätsprüfung mit Ausschuss 1% Stichprobe $n=10$
Mit welcher W findet man ^(ein oder) mehr als ein defektes Teil?

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$$

$$1 - \binom{10}{0} 0,01^0 \cdot 0,99^{10} = 1 - 0,99573$$

Ergänzung, da die Aufgabenstellung nicht übernommen wurde:
 1% der weiblichen Bevölkerung sind farbenblind- Wie viele Frauen muss man untersuchen, bis man mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 mindestens eine farbenblinde Frau gefunden hat?
 Lösung: $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0,99^n = 0,5$

$$n = \frac{\lg 0,5}{\lg 0,99} = 68,96$$

69 Frauen

Normalverteilung

Bp: Beobachtungsfehler bei Längenmessung normalverteilt $\mu = 5 \text{ cm}$
 $\sigma = 8 \text{ cm}$

Wie groß ist die W, dass Messungen unter 5 cm liegen?

$$P(X \leq 5) = \Phi\left(\frac{5-5}{8}\right) = \Phi(0) = 0,5$$

Frage: genau 5 cm

$$\Phi\left(\frac{5-5}{8}\right) - \Phi\left(\frac{5-5}{8}\right) = 0,5 - 0,5 = 0$$

De Moivre-Laplace Binomialverteilung wird angenähert durch Normalverteilung

Produktion mit 3% Ausschuss

Stichprobe $n=500$ W, dass nicht mehr als 10 defekte Teile in Stichpr.?

$$\text{Vor: } n \cdot p(1-p) = 500 \cdot 0,03 \cdot 0,97 = 14,55 > 9$$

$$\mu = n \cdot p = 15 \quad \sigma = \sqrt{15 \cdot 0,97}$$

$$P(0 \leq X \leq 10) = \Phi\left(\frac{10 - 15 + 0,5}{\sqrt{15 \cdot 0,97}}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 15 - 0,5}{\sqrt{15 \cdot 0,97}}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{10 - 14,5}{3,8}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 15,5}{3,8}\right)$$

$$= \Phi(-1,1842) - \Phi(-4,07)$$

$$\begin{aligned}
&= 1 - \underbrace{\Phi(1.1842)}_{\downarrow \text{Tabelle}} - (1 - \Phi(4.07)) \\
&= 1 - 0.881 - (1 - 1) \\
&= 0.119
\end{aligned}$$

Komplexe Zahlen Wurzeln

Mehrdim. Analysis : totale Differential

$$df = f_x dx + f_y dy$$

entsprechend bei mehr Variablen
mehr Summanden ...

Extr.m.NB Aufstellen der Lagrange-Fkt.