

Übungsblatt 6 Integralrechnung

Aufgabe 6.1

Welche Stammfunktion von $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4$ geht durch den Punkt $x=2, y=8$?

Aufgabe 6.2 Integrale und Stammfunktionen

Bestimmen Sie die nachfolgenden bestimmten Integrale sowie ihre Stammfunktionen!

(a) $\int_0^1 \sqrt{x} dx$

(b) $\int_{-1}^1 x dx$

(c) $\int_{-1}^1 x^2 dx$

(d) Fällt Ihnen bei (b) und (c) etwas auf? Verwenden Sie diese Erkenntnis, um möglichst ein-

fach $\int_{-23}^{23} f(x) dx$ zu berechnen, wobei entweder $f(x)=\sin(x)$ oder $f(x)=\cos(x)$ gilt.

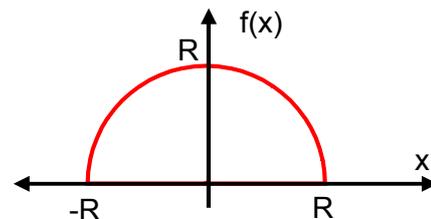
Aufgabe 6.3 Lineare Substitutionsregel

(a) $\int \cos(\pi - 2x) dx$

(b) $\int_0^2 \sqrt[3]{\left(\frac{x}{4} - 2\right)^2} dx$

Aufgabe 6.4 Kugelvolumen

- (a) Welche Funktion $f(x)$ beschreibt den nebenstehend gezeichneten Halbkreis?
 (b) Berechnen Sie das Volumen einer Kugel mit Radius R , indem Sie den Halbkreis um die x -Achse rotieren lassen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Formelsammlung!



Aufgabe 6.5 Kurvenlänge

Überprüfen Sie die Formel $L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$ auf ihre Richtigkeit!

- (a) $f(x) = 2x$. Wie lang ist nach obiger Formel die Strecke L von $a=0$ bis $b=1$? Stimmt das Ergebnis mit der Anschauung überein? ($f(x)$ ist ja eine Gerade, deren Streckenabschnitt von 0 bis 1 sich leicht geometrisch berechnen lässt)
 (b) $f(x)$ sei der Halbkreis aus Aufgabe 6.4 (a). Wie lang ist die Kurvenlänge L von $a=-1$ bis $b=1$?

Bereiten Sie die Aufgaben für den 30.03.2009 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

HINWEIS: Den Integranden handschriftlich ausrechnen, dann das Integral mit Maple lösen lassen. Welches Ergebnis erwarten Sie nach Ihren Geometriekenntnissen?

Aufgabe 6.6 Uneigentliche Integrale

Welche der folgenden uneigentlichen Integrale sind konvergent? Was ist im Falle der Konvergenz ihr Grenzwert?

$$(a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^2 + 1}$$

$$(b) \int_1^{\infty} \frac{(x+1)}{x^2} dx$$

[Hinweis: Die Ableitung von $\arctan(z)$ ist: $\frac{1}{z^2+1}$]