

Übungsblatt 10

Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 10.1

Wie oft werden Hände geschüttelt,

- a) wenn sich n Studenten treffen und jeder allen anderen genau einmal die Hand gibt?
- b) wenn m Dozenten n Studenten nach der Prüfung gratulieren?

Aufgabe 10.2

Wie viele Wörter von 3 Buchstaben Länge kann man aus den 26 Buchstaben des Alphabets bilden,

- a) wenn jede Zusammenstellung als Wort gilt?
- b) wenn nur solche Zusammenstellungen als Wort gelten, bei denen der mittlere Buchstabe ein Vokal ist und die beiden anderen Buchstaben Konsonanten sind?

Aufgabe 10.3

- a) Auf wie viele unterscheidbare Arten lassen sich die Buchstaben des Wortes **MISSISSIPPI** anordnen?
- b) Auf wie viele Arten kann man aus 22 Studenten 2 Mannschaften zu je 11 Studenten bilden?
- c) Im Studentenzimmer stehen für die Fensterbank 4 Kakteen, 3 Alpenveilchen und 5 Azaleen zur Verfügung. Auf wie viele verschiedenen Arten kann man das Blumenfenster des Zimmers gestalten, wenn gleichartige Pflanzen immer nebeneinander stehen sollen?

Aufgabe 10.4

Beim Fußballtoto muss der Spielausgang von 11 Fußballspielen vorausgesagt werden. Man hat bei jedem Spiel 3 Möglichkeiten zu tippen: 0: *unentschieden*, 1: *Sieg der Heimmannschaft*, 2: *Sieg der Gastmannschaft*.

- a) Wie viele verschiedene Tippreihen gibt es?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine „auf gut Glück“ ausgefüllte Tippreihe mit 11 Richtigen gewinnt?
- c) Wie viele völlig falsche Tippreihen gibt es, also Tippreihen mit keinem richtigen Tipp?

Aufgabe 10.5

Was ist wahrscheinlicher, bei einer Tippreihe 6 Richtige im Lotto zu haben, oder dass ein Affe, der auf einer Schreibmaschine zufällig vier Tasten hintereinander anschlägt, das Wort *affe* schreibt? Die Schreibmaschine habe 50 Typen und man unterscheide nicht zwischen Groß- und Kleinschreibung.

Aufgabe 10.6

Ein Student muss in einer Klausur genau 7 von 10 Fragen beantworten. Wie viele Möglichkeiten hat er, wenn er mindestens drei von den ersten fünf Fragen beantworten muss?

Aufgabe 10.7

Herr Meier ist der Aufsichtsratsvorsitzende der Firma X. Neben ihm gehören noch vier Damen und vier Herren dem Gremium an. Bei ihren Sitzungen nehmen die neun Personen an einem **runden** Tisch Platz.

Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Sitzordnung gibt es, wenn (1) keinerlei Einschränkungen gelten, wenn (2) die vier Damen immer nebeneinander sitzen, wenn (3) nur nach Damen und Herren unterschieden wird?

Aufgabe 10.8

		0		
1-18	1st 12	1	2	3
EVEN		4	5	6
		7	8	9
		10	11	12
	2nd 12	13	14	15
		16	17	18
		19	20	21
		22	23	24
ODD	3rd 12	25	26	27
19-36		28	29	30
		31	32	33
		34	35	36
		2-1	2-1	2-1

Sie kennen das Roulette in einer Spielbank. Es wird eine Zahl ausgespielt zwischen 0 und 36.

- Warum handelt es sich beim Roulettespiel um ein Laplace-Experiment?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „Rouge = rote Zahl“, wie groß für „Noir=schwarze Zahl, wie groß für Impair=ungerade Zahl und wie groß für „Zero=0“?
- Man kann beim Roulette auch auf eine der drei Kolonnen setzen. Ein Spieler setzt einen Euro auf die erste Kolonne $C1=\{1,4,7,10,13,16,19,22,25,28,31,34\}$, wenn die Roulettekugel auf eine dieser Zahlen in der Kolonne fällt, erhält er das dreifache seines Einsatzes. Den Spieler interessiert aber sein Nettogewinn. Formulieren Sie Gewinn und Verlust dieser Situation mittels einer Zufallsvariable. Was kann er im Mittel an Gewinn bzw. Verlust erwarten?
- Ein Berufsspieler interessiert sich für folgende Wahrscheinlichkeiten: schwarz und ungerade, rot oder gerade, rot und Kolonne 1, schwarz oder „manque“=(Zahlen 1-18)

Aufgabe 10.9

Lösen Sie mit Hilfe eines Ereignisbaumes:

In einem Stall sitzen 5 Kaninchen: Das erste ist ein geschecktes Männchen, das zweite ein schwarzes Männchen, das dritte ein braunes Weibchen, das vierte ein weißes Weibchen und das fünfte ein geschecktes Weibchen. Es werden nacheinander zwei Kaninchen aus dem Stall entnommen (ohne Zurücklegen ;), wie groß ist die Chance, beim 2. Griff ein Pärchen erwischt zu haben?

Aufgabe 10.10

Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man aus einem Skatenspiel mit 32 Karten a) ein Ass

b) einen Buben oder eine Dame c) einen Buben oder keine Dame?

Aufgabe 10.11

Ein Betrunkener hat in seiner Tasche 6 Schlüssel, von denen aber nur einer in das Schloss zu seiner Wohnung passt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er a) gleich beim ersten Griff, b) spätestens beim 3. Griff, c) genau mit dem vierten Griff den richtigen Schlüssel, wenn ein falsch gezogener Schlüssel nicht wieder in die Tasche zurückgesteckt wird?

Aufgabe 10.12

Sie verabreden mit einem Gegner ein aus mehreren Runden bestehendes Spiel, bei dem jeder zu Beginn den gleichen Einsatz bezahlt. Wer zuerst $n=10$ Runden gewonnen hat, erhält den ganzen Einsatz. Erfahrungsgemäß gewinnen Sie eine einzelne Runde mit Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{2}$. Infolge widriger Umstände muss das Spiel vorzeitig abgebrochen werden, wobei Ihnen noch $i=3$ Runden und Ihrem Gegner noch $j=2$ Runden zum Gewinn fehlen. Werden Sie auf das Angebot Ihres Gegners, Ihnen 40% des Einsatzes zu überlassen, eingehen? Was halten Sie von dem Vorschlag, den Einsatz proportional zur Anzahl der bereits gewonnenen Partien zu verteilen? Lösen Sie das Problem mit Hilfe eines geeigneten Ereignisbaumes.

Aufgabe 10.13

Daniel hat sein Taschengeld bis auf 5 € ausgegeben, Heiko hat fleißig gespart und schon 500 €. Deshalb schlägt er Daniel vor, eine Münze zu werfen. Bei Wappen verliert Daniel auch die letzten 5 €, bei Zahl erhält er von Heiko 50 € dazu. Heute Mittag sollen die beiden in den Zirkus gehen dürfen, wenn sie sich die Eintrittskarte (8 € für Kinder) leisten können. Wird Daniel, der wahnsinnig gerne in den Zirkus geht, auf den Vorschlag von Heiko eingehen?

Aufgabe 10.14

Beim Volleyball gewinnt diejenige Mannschaft, die zuerst drei Sätze gewonnen hat das Spiel. Wie viele Sätze müssen im Durchschnitt gespielt werden, wenn die Gegner die gleiche Spielstärke haben?

Aufgabe 10.15

Es wird mit zwei homogenen Würfeln gewürfelt. Die Zufallsvariable beschreibe das Produkt der Augenzahlen. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung auf und berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz.

Aufgabe 10.16

Eine homogene Münze werde zweimal geworfen. Geben Sie zunächst den Ereignisraum Ω an. Dieses Zufallsexperiment werde nun zu folgendem Glücksspiel verwendet. Man erhält 2 €, wenn zweimal Wappen fällt, 1 € bei einmal Wappen. Wenn zweimal Zahl fällt, muss man 2 € bezahlen. Die Zufallsvariable X gebe den Gewinn in € an. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F und daraus mit welcher Wahrscheinlichkeit man höchstens 1 € gewinnt. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion und die Verteilungsfunktion graphisch dar. Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz.