

Mathematik 2 - Zwischenübungsblatt 9

Dieses Übungsblatt befasst sich noch einmal mit den bisher besprochenen Themen in der Mathematik 2 und ist für alle eine Chance, nochmals Übungspunkte zu sammeln.

Aufgabe 9.1

Für folgende Integrale brauchen Sie noch keine komplizierte Regel:

$$\text{a) } \int_{-4}^4 4x^3 - 3x^2 + 1 \, dx$$

$$\text{b) } \int \frac{10x^8 + 3}{x^4} \, dx$$

$$\text{c) } \int \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \, dx$$

$$\text{d) } \int \frac{\sqrt{2x}\sqrt{3x}}{\sqrt[4]{x^3}} \, dx$$

Aufgabe 9.2

Lösen Sie folgende Integrale mit Hilfe einer geeigneten Integrationsregel:

$$\text{a) } \int e^x \sin x \, dx \quad \text{b) } \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} \, dx \quad \text{c) } \int x\sqrt{x^2 - 1} \, dx$$

$$\text{d) } \int_{\pi/2}^{2\pi} \sin x \cdot \cos x \, dx \quad \text{e) } \int_0^1 \sin x \cdot e^{\cos x} \, dx$$

Aufgabe 9.3

Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

$$\text{a) } \int_1^{\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4} dx$$

$$\text{b) } \int_{-\infty}^0 e^x dx$$

$$\text{c) } \int_0^{\infty} x e^{-x} dx$$

Aufgabe 9.4

Bestimmen Sie mit Hilfe der *Methode von Lagrange* die Kandidaten für die relativen Extremwerte folgender Funktionen:

a) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$

unter der Nebenbedingung

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$$

b) $f(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + 2z^2$

unter den Nebenbedingungen

$$x + 3y = 30 \quad \text{und} \quad y + 2z = 20$$

Aufgabe 9.5

- a) Berechnen Sie mit Hilfe des **totalen Differentials** für die Funktion

$$f(x, y, z) = 3x^2 - xy + 2yz + 4z^2$$

die ungefähre Änderung des Funktionswertes beim Übergang vom **Punkt (2;-4;-1)** zum **Punkt (2,25;-3,75;-0,75)**

- b) Berechnen Sie mit der **Methode von Lagrange**:

Ein oben offener rechteckiger Behälter soll das Volumen $V=1$ Liter haben. Die Seitenlängen x, y , und z sollen so gewählt werden, dass die Oberfläche und damit der Materialverbrauch für den Behälter minimal wird. Bestimmen Sie die Abmessungen des Behälters. Den Nachweis des Minimums müssen Sie nicht erbringen.

Aufgabe 9.6

- a) Zeichnen Sie einen Graphen mit folgenden Eigenschaften, die alle gelten sollen: Der Graph besitze 5 Knoten, er sei zusammenhängend und schlicht (=keine Schleifen und Doppelkanten), ein Knoten habe den Knotengrad 4, die anderen vier Knoten haben den Knotengrad 2. Zeichnen Sie einen minimal aufspannenden Baum dieses Graphen.
- b) Sechs Personen vereinbaren, dass jede von ihnen mit genau drei der übrigen telefoniert. Ist das möglich? Wie sieht der Graph dazu aus? Bei welchen Zahlenkombinationen (Anzahl der Personen, Anzahl der Telefonpartner) ist dies allgemein möglich bzw. nicht möglich?
- c) Konstruieren Sie den **Huffman-Baum** für folgende Aussage:
IN ULM UND UM ULM UND UM ULM HERUM
Wie lautet der Code für das U, wie für das I ?
- d) Konstruieren Sie den **Huffman-Baum** für folgende Aussage:
FISCHERS FRITZ FISCHT FRISCHE FISCHE
Wie lautet der Code für das F, wie für das I ?

Aufgabe 9.7

Gegeben sind folgende Messwerte x_i und Häufigkeiten n_i einer Stichprobe vom Umfang $n=200$:

x_i	4	5	6	7	8
n_i	20	40	80	50	10

- a) Zeichnen Sie ein Stabdiagramm für die Häufigkeiten
- b) Zeichnen Sie den Graphen der empirischen Verteilungsfunktion $H(x)$
- c) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert

Aufgabe 9.8

An 60 Tannen eines 40jährigen Bestandes wurde der Durchmesser in cm (in Brusthöhe) gemessen. Folgende Messreihe (ungeordnete Daten, Urliste) liegt vor:

16 15 17 16 19 17 16 16 16 18 15 14 14 14 15
11 7 8 10 9 11 11 13 12 12 12 14 13 13 15
11 9 12 10 12 11 12 14 13 11 12 14 15 13 14
15 18 16 17 16 15 14 13 14 14 12 14 12 13 12

- a) Geben Sie an, ob es sich um eine stetige oder um eine diskrete Grundgesamtheit handelt.
- b) Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median und den Modalwert.