Übungsblatt 8 Komplexe Zahlen

In den nachfolgenden Aufgaben bezeichnet i jeweils die imaginäre Einheit.

Aufgabe 8.1 Darstellungsformen komplexer Zahlen

Ergänzen Sie die jeweils fehlenden Darstellungsformen

	kartesische Form	Polarform	
		trigonom. Form	Exponentialform
a)	i		
b)			$2e^{i\pi}$
c)		$\cos(\frac{3}{2}\pi) + i\sin(\frac{3}{2}\pi)$	
d)	-3 + 6i		
e)	4 – 12i		

Aufgabe 8.2

a) Man berechne Real- und Imaginärteil von

$$z_1 = (1 - \sqrt{3} \cdot i)^5 \quad \text{und} \quad z_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)\right)^{20}$$

b) Gegeben ist $z = -8 + 8i\sqrt{3}$. Man berechne $\sqrt[4]{z}$.

Aufgabe 8.3 Lösung algebraischer Gleichungen

Man bestimme für z alle Lösungen $z_k \in \mathbb{C}$ in kartesischer Form.

Zeichnen Sie die $z_k \in \mathbb{C}$ in der komplexen Ebene!

a) $z^6 - 64 = 0$ b) $(2 + 2\sqrt{3} \cdot i)z = 8e^{i \cdot \pi}$ c) $z^2 = i$

Aufgabe 8.4

λ sei eine beliebige reelle Zahl. Bestimmen Sie die zwei komplexen Lösungen der folgenden Gleichung mittels quadratischer Ergänzung:

$$z^2 - (\lambda - 2i)z - (1 + \lambda i) = 0$$

Ermitteln Sie <u>Real- und Imaginärteile</u> von $z_{1,2} \in \mathbb{C}$. Stellen Sie beide Lösungen auch in der <u>Exponentialform</u> $z = r \cdot e^{i\varphi}$ dar.

Bereiten Sie die Aufgaben für den 06.05.13 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 8.5 Graphisches Rechnen mit komplexen Zahlen

Gegeben sind die beiden komplexen Zahlen: $z_1 = 1 - 5\,i$; $z_2 = 4 + 3\,i$.

a) Addieren und subtrahieren Sie die Zahlen graphisch in der Gaußschen Zahlenebene. Zeichnen Sie die konjugiert komplexe Zahl zu z_1 ebenfalls ein.

b) Man stelle z_1 und z_2 in Exponentialform dar. Bilden Sie nun z_1^2, $\sqrt[3]{z_1}$, $z_1 \cdot z_2$ ebenfalls mit graphischen Methoden.

Aufgabe 8.6 Additionstheoreme

Leiten Sie die "normalen" Additionstheoreme

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

aus der Eulerschen Formel (Satz S 11-4) her.