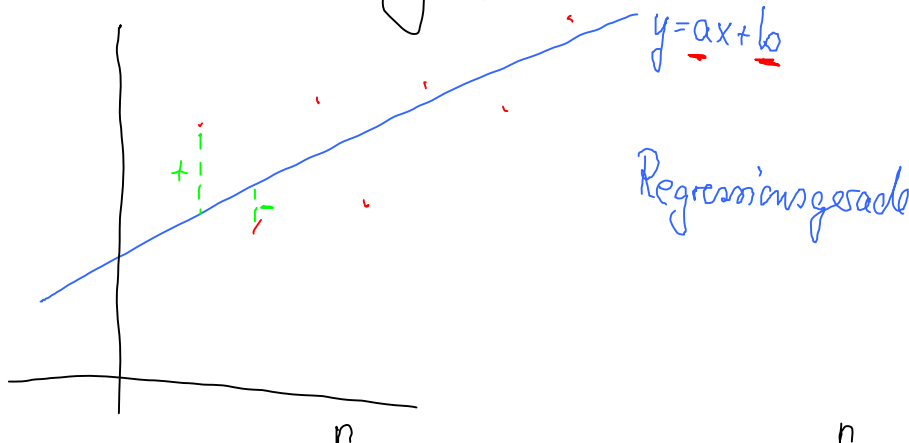


Vorlesung Mathe 2 11.6.14



$$Q(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2(ax_i + b) \cdot y_i + (ax_i + b)^2$$

Summe der Abstandsquadrate

notw. Bed. Funktion m. 2 unabh. Variablen a und b

$$Q_a(a, b) = 2 \sum_{i=1}^n (-x_i y_i + a x_i^2 + b x_i) = 0$$

$$Q_b(a, b) = 2 \sum_{i=1}^n (-y_i + a x_i + b) = 0$$

Auflösen und Umformen liefert:

$$\boxed{a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}$$

$$\boxed{b} = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$$

$\bar{x}, \bar{y}$ sind die arithm. Mittel der Messwerte!

Bestimmen der zweiten partiellen Ableitungen

Berechnen der Hesse'schen Determinante liefert $\Delta > 0$

Und es ist $Q_{aa} > 0$

Damit Minimum

Bp: Folgende Messwerte sind gegeben

x_i	48	56	69	64	60	42	40	54	65	72	83	51
y_i	74	86	96	90	93	68	58	75	103	110	106	80

$$\bar{x} = 58.66$$

$$\bar{y} = 86.58$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i = 48 \cdot 74 + 56 \cdot 86 + \dots + 51 \cdot 80 = 63051$$

$$n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} = 12 \cdot 58.66 \cdot 86.58 = 60953.7$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 48^2 + 56^2 + \dots + 51^2 = 43076$$

⋮

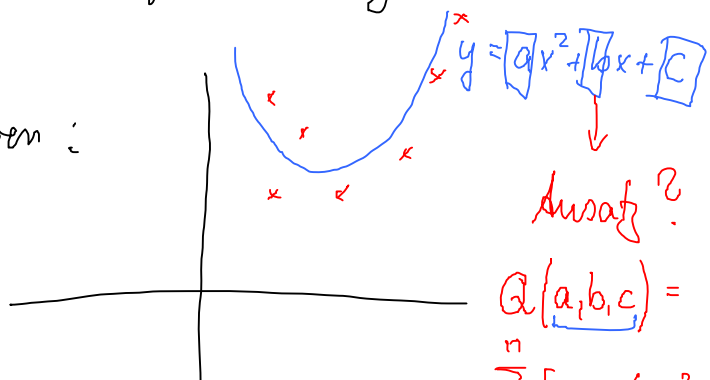
$$a = 1.181$$

$$b = 17.298$$

$$\text{Gleichung: } y = 1.181x + 17.298$$

Andere Annäherungskurven:

Weitere: $y = ax^b$
 $y = a e^{bx}$



Ansatz?

$$Q(a, b, c) =$$

$$= \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)]^2$$

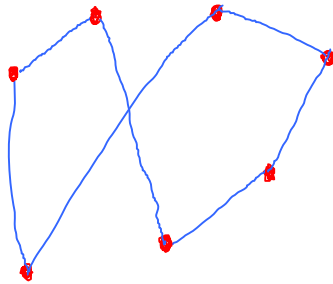
↓

Ansatz: $Q(a,b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (a \cdot e^{bx_i})]^2$

Graphentheorie

Bp: ① n Gäste an einem runden Tisch so setzen, dass nie zwei Kontrahenten nebeneinander sitzen

Graphentheor. Lösung



Aufgabe: Aufsuchen einer geschlossenen Linie (Weg), die durch jeden Punkt (Knoten) nur einmal geht!

Graphentheorie: Aufsuchen einer Hamiltonischen Linie

Grundbegriffe

Def. Graph

$M = \{x_1, \dots, x_n\}$ Menge von Knoten

$K = \{k_1, \dots, k_m\}$ Menge von Kanten

V Abbildung, die jeder Kante zwei Knoten zuordnet

Tripel $G = (M, K, v)$ heißt Graph

Sind die Knotenpaare $(x_i, x_j) \in M \times M$ geordnet, so ist der Graph gerichtet,
sind die Knotenpaare $\{x_i, x_j\}$ nicht geordnet, so ist der Graph ungerichtet

Sind zwei Knoten durch eine Kante verbunden, so heißen sie adjazent

Die Kante, die zwei Knoten verbindet, heißt mit diesen inzident

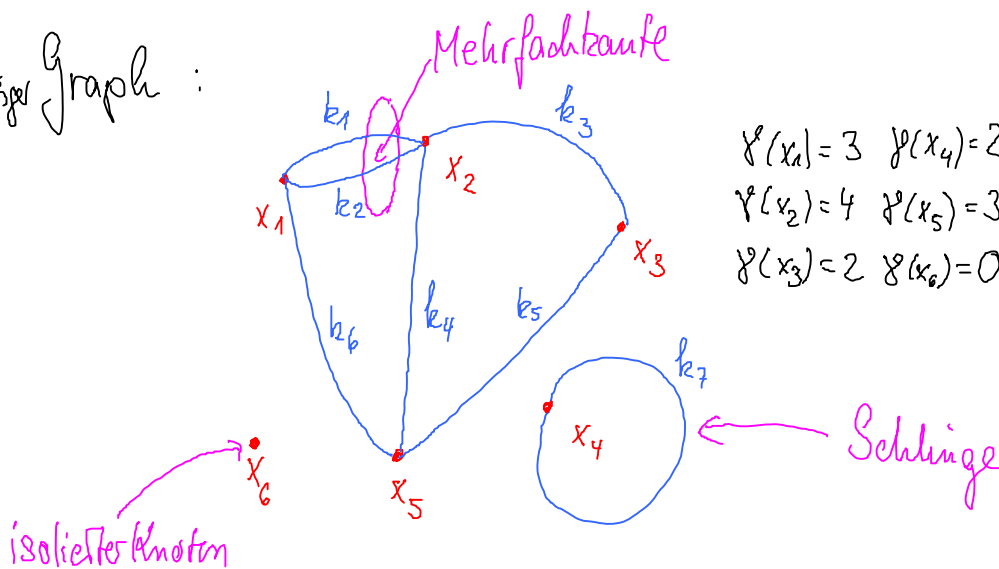
Bp: $G = (M, K, v)$ $M = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$

$$K = \{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7\}$$

$$v(k_1) = \{x_1, x_2\} \quad v(k_2) = \{x_1, x_2\} \quad v(k_3) = \{x_2, x_3\} \quad v(k_4) = \{x_2, x_5\}$$

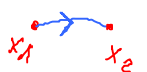
$$v(k_5) = \{x_3, x_5\} \quad v(k_6) = \{x_1, x_5\} \quad v(k_7) = \{x_4, x_4\}$$

Zugehöriger Graph:



$$\begin{aligned} g(x_1) &= 3 & g(x_4) &= 2 \\ g(x_2) &= 4 & g(x_5) &= 3 \\ g(x_3) &= 2 & g(x_6) &= 0 \end{aligned}$$

NB
falls $v(k_1) = \{x_1, x_2\}$



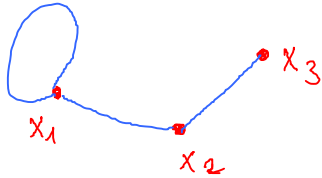
Def: G heißt schlicht, wenn er weder Schlingen noch Mehrfachkanten besitzt

G heißt vollständig, wenn je zwei Knoten durch eine Kante verbunden sind!

Def: Knotengrad

Ist die Anzahl der mit einem Knoten inzidenten Kanten und wird mit $\delta(x_i)$ bezeichnet

Knoten mit ^{einer} Schleife haben den Knotengrad 2

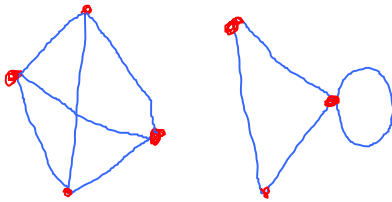
Achtung:  $\delta(x_1) = 3$

Def: Zusammenhängender Graph

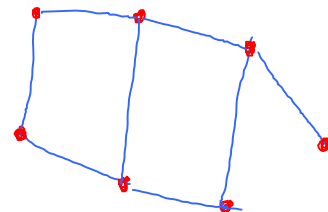
G (nicht gerichtet = gewöhnlich) heißt zusammenhängend,

wenn es zu je zwei Knoten eine Kantenfolge gibt, die diese beiden Knoten verbindet.

Vollständiger Graph



Zusammenhängender Graph



Def: Untergraph

erhält man durch Entfernung eines Knotens, sowie alle mit diesem Knoten inzidenten Kanten.

Def: Teilgraph

entsteht aus einem Graphen, indem Kanten weggelassen werden.