

Vorlesung 29.6.2015

Wiederholung und Klarstellung

Adjazenzmatrix

für die Koeffizienten gilt: $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } x_i, x_j \\ & \text{Kante} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

ungerichteter Graph

Wie werden Schlingen dargestellt?

$a_{ii} = 2$ wenn Schlinge
bei x_{ii}

Wie wird eine Mehrfachkante dargestellt?

$a_{ij} = k$, k Anzahl der
Kanten von x_i nach x_j

Für bewertete Graphen (d.h. Kantenbewertungen
(bei schlichten Graphen) z.B. - Entfernungen,
Kosten ...)

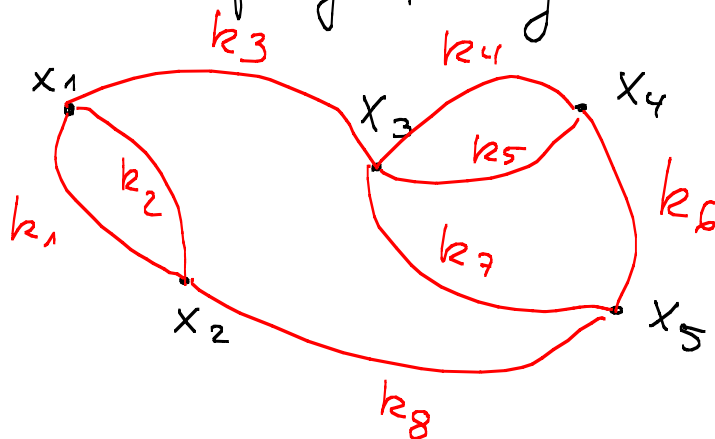
wird die Bewertung in die Adjazenzmatrix über-
nommen.

Achtung: Incidenzmatrix definieren wir
nur für schlichte Graphen

I mit $b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls } x_i \text{ inzident} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

bzw. $b_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{falls } b_j \text{ von } x_i \text{ ausgeht} \\ -1 & \text{falls } b_j \text{ bei } x_i \text{ ankommt} \end{cases}$

Def: Kantenfolge, Weg



Bp für eine Kantenfolge: $k_8 \ k_7 \ k_5 \ k_4 \ k_5 \ k_6$

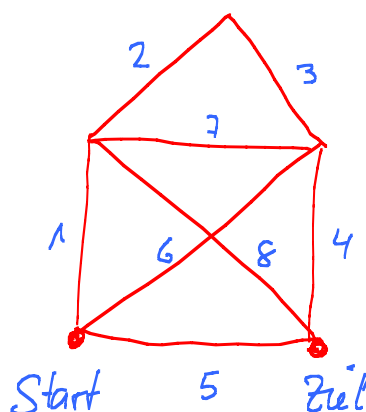
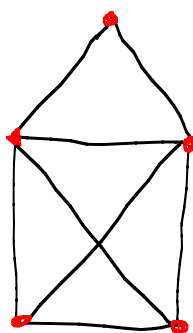
Def: Kantenzug

Ein Kantenzug ist eine Kantenfolge, bei der keine Kante doppelt vorkommt

Def: Eulerzug (= Euler'sche Linie)

Ein Kantenzug, der jede Kante eines Graphen genau einmal enthält, heißt Eulerzug

Bp.!



Merke: Ein endlicher, ungerichteter Graph (nicht notwendig schlicht) hat genau dann einen Eulerzug, wenn G zusammenhängend ist und die Zahl der Knoten mit ungeraden

Grad 0 oder 2 beträgt.

Def: Hamilton'sche Linie

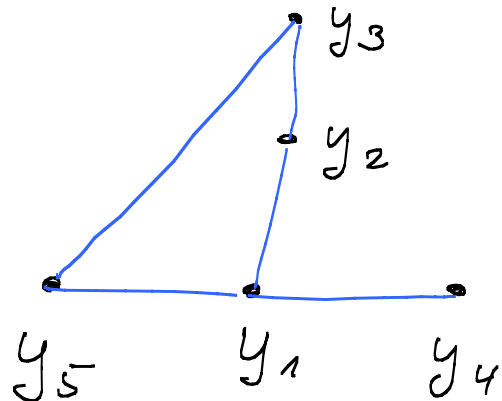
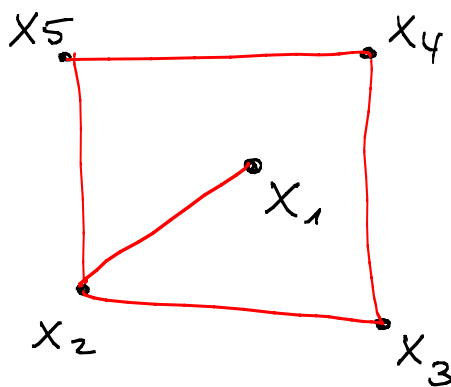
Ein Weg, der jeden Knoten eines Graphen genau einmal enthält.

Isomorphe Graphen

Zwei Graphen heißen isomorph, wenn es eine bijektive (eindeutige) Abbildung α gibt, so dass gilt:

Fall (x_i, x_j) Kante, dann ist $(\alpha(x_i), \alpha(x_j))$

auch Kante



Knotengrade $\gamma(x_1) = 1$

$\gamma(x_2) = 3$

$\gamma(x_3) = 2$

$\gamma(x_4) = 2$

$\gamma(x_5) = 2$

Abbildung α (Isomorphismus):

$\alpha(x_1) \rightarrow y_4$

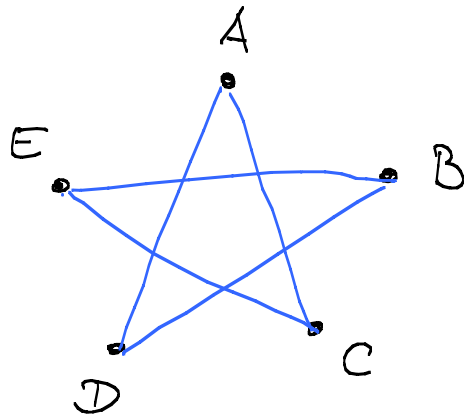
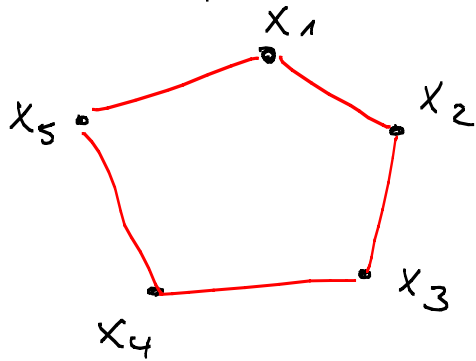
$\alpha(x_2) \rightarrow y_1$

$\alpha(x_3) \rightarrow y_2$

$\alpha(x_4) \rightarrow y_3$

$\alpha(x_5) \rightarrow y_5$

Bp: Skript Konen

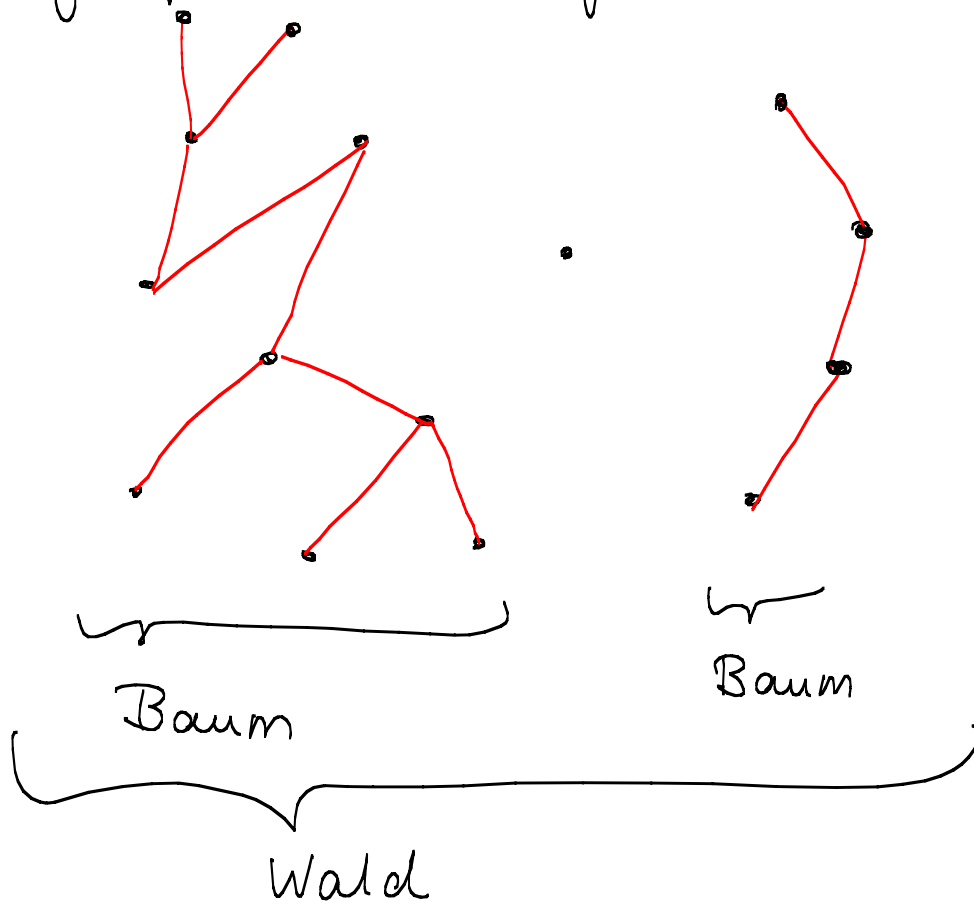


Isomorphismus: $\varphi(x_1) \rightarrow A$ $\varphi(x_3) \rightarrow E$
 $\varphi(x_2) \rightarrow C$ $\varphi(x_4) \rightarrow B$
 $\varphi(x_5) \rightarrow D$

Def: geschlossene Kantenfolge

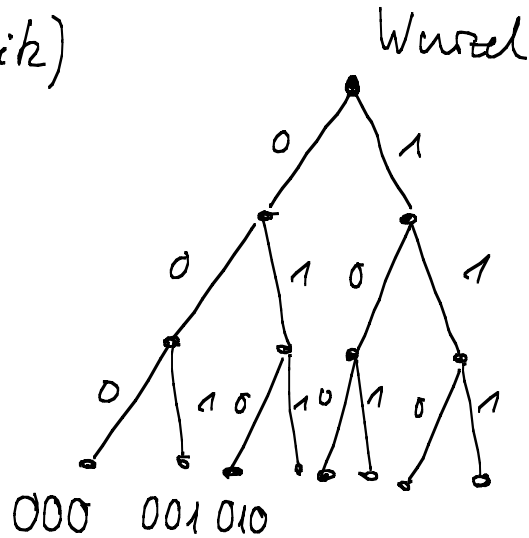
Kantenfolge endet am Startpunkt
heißt dann Zyklus bzw. Kreis

Def: Graphen ohne geschlossene Kantenfolge



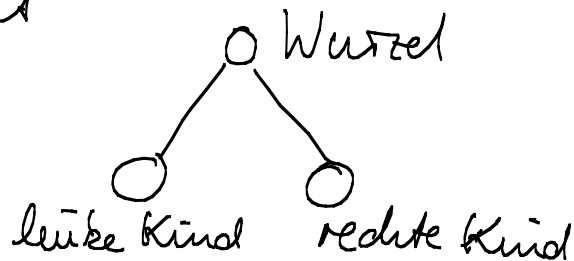
Von besonderer Wichtigkeit sind Bäume, in denen
 $\forall (x_i) \leq 2$ für alle x_i gilt

Bp. (aus Logik)

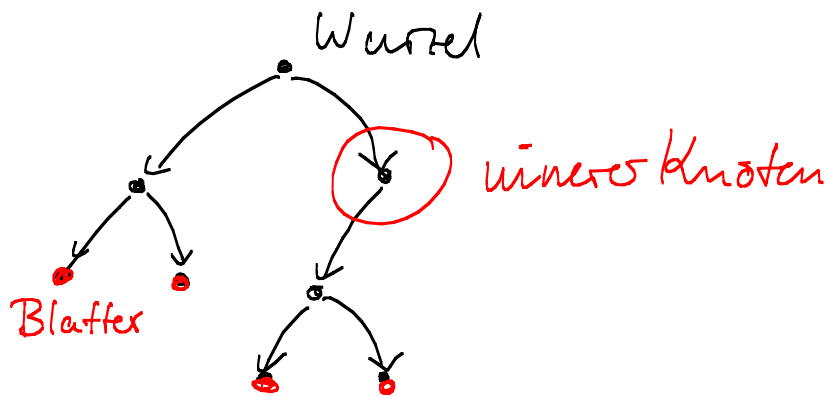


Binärbaum

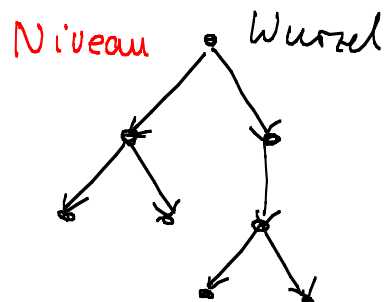
Ein Wurzelbaum, bei dem jeder Knoten höchstens
 zwei Nachfolger hat



Bp :

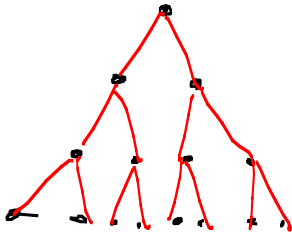


Höhe eines Wurzelbaums



Var1	Var2
0	1
1	2
2	3
3	4

Ein vollständiger Binärbaum der Höhe H hat $2^H - 1$ Knoten.



nach Variante 2

$$2^4 - 1 = 15 \text{ Knoten}$$

Anwendung des Binärbaumes:

Huffman - Code

(David A. Huffman
Jahres 1952)

Präfix Code

Kein Codewort ist Präfix eines anderen Codeworts

Bp: 0, 10, 11 ist Präfixcode

0, 01, 10 ist kein Präfixcode

z.B. Telefonnummern: 112 ist
wie Präfix

Huffman - Code

codiert Buchstaben eines Textes mit
unterschiedlich langen Codefolgen,
häufig vorkommende Buchstaben sind kürzer!

Speicherplatzersparnis

Wurzelbaum zur Darstellung

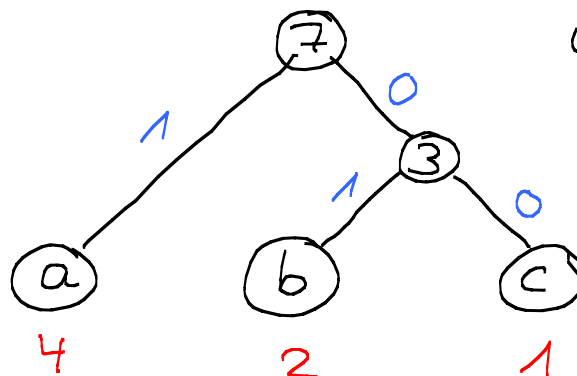
Blätter sind die Buchstaben

Aufbau des Baumes:

- 1) Ermitteln der Häufigkeit der Buchstaben (incl. Leerzeichen)
Jeder Buchstabe wird zu einem Blatt des Baumes

Bp: abacaba a b c

4 2 1



Code : 1 01 00

Decodieren : 0111000110011
(von links nach rechts)
baacbaa

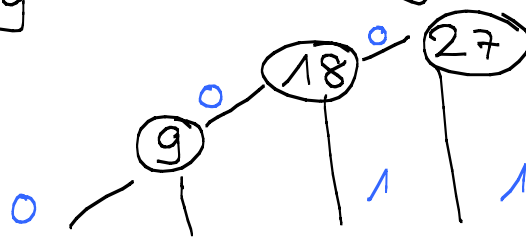
Bp: MISSISSIPPI _ IST _ MISSISSIPPI

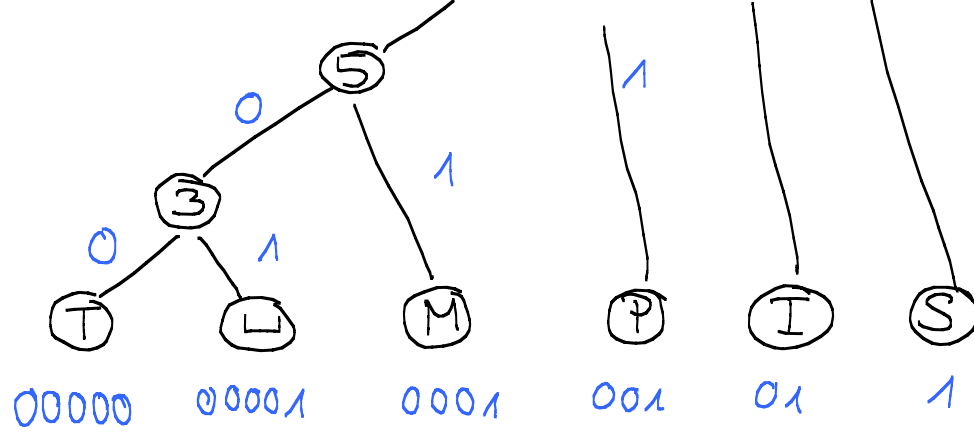
M : 2
I : 9
S : 9
P : 4
T : 1
_ : 2

T : 1
_ : 2] ③
M : 2
P : 4
I : 9
S : 9

M : 2] ⑤
T : 3] ⑤
P : 4
I : 9
S : 9

P : 4
M, T, _ : 5] ⑨
I : 9
S : 9] 27





Bp Code : 01100000
I S T