

IV MA 2 - 04.05.2016

nö Woche: V findet statt $M_0 + M_i$

Ü am M_0 nur 1x um 13⁰⁰ Uhr

Prinzip statistischer Test

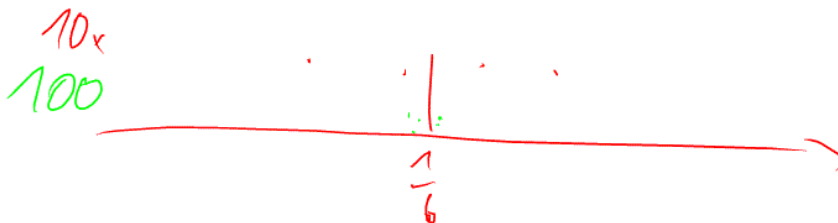
① sonst

Bsp Würfel $X_i = 1$, wenn im i -ten Wurf eine "6" ✓

Zufallsvariable $\mu = \frac{1}{6}$, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}$

Stichprobe Umfang n

Umfang n	Summenwert $S_n = X_1 + \dots + X_n$	$\sigma(S_n)$	Quotient $\frac{S_n}{n} = Q_n$ (Prozent bew.)	$\sigma(Q_n) = \sigma\left(\frac{S_n}{n}\right) = \frac{\sigma(S_n)}{n}$
1	$\frac{1}{6}$	σ	$\frac{1}{6}$	σ
6	1	$\sigma\sqrt{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{6}}$
n	$\frac{1}{6}n$ (im Mittel)	$\sigma\sqrt{n}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$



Beispiel Würfe

Beispiel Würfel

Wir werfen $n = 7$ mal einen Würfel $\{6, 6, 5, 1, 3, 4, 2\}$
Ist die Anzahl 6en fair auf $\alpha = 5\%$ -Signifikanzniveau?

Lösung: H_0 : "Würfel ist fair, die 6 erscheint mit rel. Häufigkeit $\mu = \frac{1}{6}$, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = 0.327$
 0.372

Stichprobe $n = 7$, $Q_n = \frac{2}{7} = \frac{\text{Anzahl 6en}}{n}$

Rezept 1: 1) $\Phi(z_R) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 97.5\%$ $\xRightarrow{\text{Tabelle}}$ $z_R = 1.96$

2) Testgröße $T = \frac{Q_n - \mu}{\sigma} \sqrt{n} = \frac{\frac{2}{7} - \frac{1}{6}}{0.327} \cdot \sqrt{7} = 0.8452$ 0.372

3) $0.8452 \in [-1.96, 1.96] \Rightarrow H_0$ wird akzeptiert

Rezept 2: 1) Testgröße $T = \frac{|Q_n - \mu|}{\sigma} \sqrt{n} = 0.8452$

2) $p = 2(1 - \Phi(T)) = 2(1 - 0.8010) = 0.3980$

3) $0.3989 \geq 0.05 = \alpha \Rightarrow H_0$ wird akzeptiert

Übung $\{6, 6, 5, 1, 3, 4, 2, 6, 3, 6\} \rightarrow 4 \text{ mal "6" in } n=10$
 $\Rightarrow Q_n = \frac{4}{10}$

Rezept 1: 1) $\alpha = 5\% \Rightarrow$ wie oben $z_R = 1.96$

2) $T = \frac{\frac{4}{10} - \frac{1}{6}}{0.372} \sqrt{10} = 1.98$ $\left(\begin{array}{l} \text{mit } \sigma = 0.327 \\ \Rightarrow T = 2.26 \end{array} \right)$

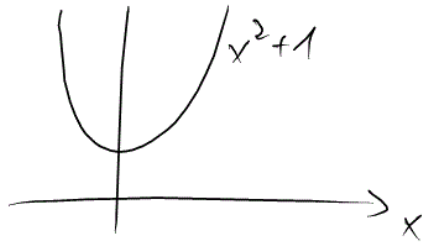
3) $1.98 \notin [-z_R, z_R] = [-1.96, 1.96] \Rightarrow H_0$ verwerfen

Rezept 2: 1) $T = \frac{|\frac{4}{10} - \frac{1}{6}|}{0.372} \sqrt{10} = 1.98$

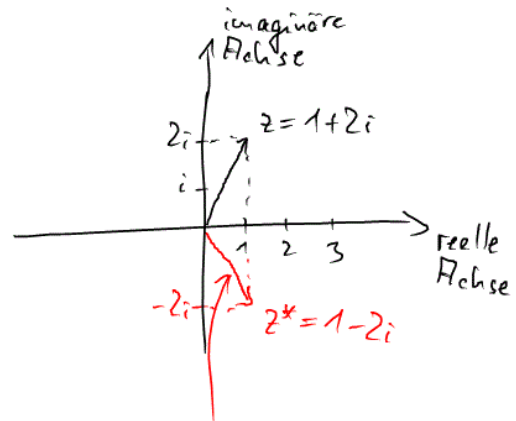
2) $p = 2(1 - \Phi(T)) = 2(1 - \Phi(1.98)) = 0.0477$

3) Weil $0.0477 < 0.05 \Rightarrow H_0$ verwerfen

Komplexe Zahlen



Komplexe Zahlenebene



Addition $z_1 + z_2$

$$= a_1 + ib_1 + a_2 + ib_2$$

$$= \underbrace{a_1 + a_2}_{\text{Re}(z_1 + z_2)} + i \underbrace{(b_1 + b_2)}_{\text{Im}(z_1 + z_2)}$$

Betrag $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$
(Länge)

$$\left| \begin{array}{l} x^2 = -2 \\ x = \pm i\sqrt{2} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x^2 = 2 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{array} \right|$$

Multiplication: $(a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2)$

$$= a_1 a_2 + ib_1 ib_2 + a_1 ib_2 + a_2 ib_1$$

$$= a_1 a_2 + \underbrace{i^2}_{-1} b_1 b_2 + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)$$

$$= \underbrace{(a_1 a_2 - b_1 b_2)}_{\text{Re}(z_1 z_2)} + i \underbrace{(a_1 b_2 + a_2 b_1)}_{\text{Im}(z_1 z_2)}$$

