

Letzte Mathevorlesung

6.7.2016



1) Integralrechnung

das bestimmte Integral $\int_a^b f(x) dx$

das unbestimmte Integral $\int f(x) dx = F(x) + C$
 $C \in \mathbb{R}$

Folgerung: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Integrationsregeln

1) Partielle Integration

$$\int \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx = \int \underbrace{x}_{f(x)} \cdot \underbrace{(x-2)^{-\frac{1}{2}}}_{g'(x)} dx$$

Wähle $f(x) = x$ $f'(x) = 1$

$$g'(x) = (x-2)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow g(x) = 2(x-2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int x(x-2)^{-\frac{1}{2}} dx = x \cdot 2(x-2)^{\frac{1}{2}} - \int 1 \cdot 2(x-2)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= 2x(x-2)^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot \frac{2}{3} (x-2)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 2x\sqrt{x-2} - \frac{4}{3}\sqrt{(x-2)^3} + C, C \in \mathbb{R}$$

2) Substitutionsregel

$$\int \frac{x^2+1}{x^3+3x} dx$$

$$z = x^3 + 3x$$

$$z' = \frac{dz}{dx} = 3x^2 + 3 = 3(x^2 + 1)$$

$$dz = 3(x^2 + 1) \cdot dx$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{1}{z} dz$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \ln|z| \Rightarrow \frac{1}{3} \ln|x^3+3x| + C$$

Rücksubstitution

Wahrscheinlichkeitsrechnung / Statistik

Kombinatorische Grundlagen

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{6! 43!} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6!}$$

$$= 13\,983\,816 \text{ Möglichk.}$$

$$P(\text{Gewinn im Lotto}) = \frac{1}{13983816}$$

Sie müssen kennen:

2 spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen

1) Binomialverteilung

$$A3: \quad n=225 \quad p(\text{Fehler}) = 1\% = 0,01 \\ q = 0,99$$

$$P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$\left(\binom{225}{0} \cdot 0,01^0 \cdot 0,99^{225} \right)$$

$$+ \binom{225}{1} \cdot 0,01^1 \cdot 0,99^{224}$$

$$+ \binom{225}{2} \cdot 0,01^2 \cdot 0,99^{223}$$

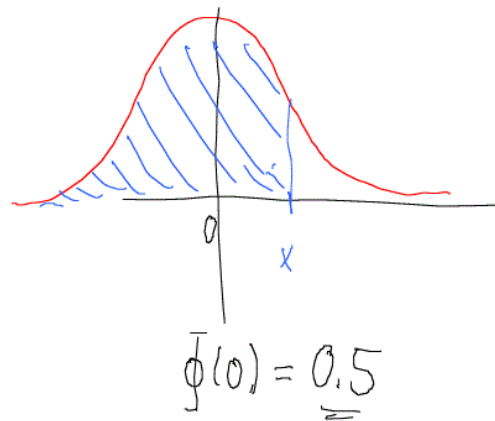
$$+ \binom{225}{3} \cdot 0,01^3 \cdot 0,99^{222}$$

$$= 0,2011$$

$$\text{damit: } 1 - 0,2011 \approx 0,8$$

$$\begin{array}{r} 1,0000 \\ 0,2011 \\ \hline 7989 \end{array}$$

2) Normalverteilung



$$F(x) = P(-\infty < t \leq x)$$

$$\text{Frage: } P(-\infty < t < +\infty) \\ = \underline{\underline{1}}$$

Aufgabe 4

$$N(\mu, \sigma)$$

$$\mu = 1000 \text{ mm} \quad \sigma = 0.8 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(1000 < X < 1002) &= \Phi\left(\frac{1002-1000}{0.8}\right) - \Phi\left(\frac{1000-1000}{0.8}\right) \\ &= \Phi(2.5) - \Phi(0) \\ &= 0.99379 - 0.5 \\ &= 0.49379 \end{aligned}$$

Beschreibende Statistik

Wichtig: Boxplot:

- Median
- untere Quartil
- obere Quartil

IQR

untere } Whisker
 obere }

Schließende Statistik : Hypothesentests

Komplexe Zahlen

$$\sqrt{-1} := i$$

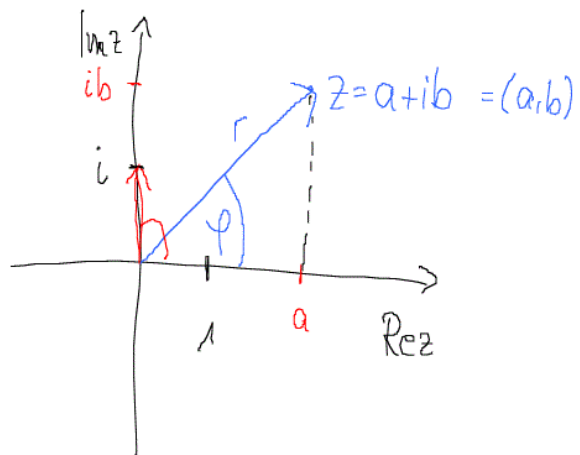
$z = a + ib$ kartesische Form

$$a = \operatorname{Re} z$$

$$b = \operatorname{Im} z$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$$



$$i = 0 + 1i \quad r = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Aufgabe 5

$$(2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i)^7$$

$$z = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$$

$$r = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{16} = 4$$

$$\text{gesucht: } z^7$$

$$\varphi = \arctan \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \arctan 1 \Rightarrow \varphi = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$z^7 = 4^7 \cdot e^{i \frac{\pi}{4} \cdot 7} = \underbrace{4^7 \cdot e^{i \frac{7\pi}{4}}}_{\text{Eulerform}} = \underbrace{\quad}_{?} \text{ kartesische Form}$$

$$= \underbrace{4^7 \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)}_{\text{Re } z^7} + i \cdot \underbrace{4^7 \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)}_{\text{Im } z^7}$$

Aufgabe 5

$$(2) \quad (8\sqrt{2} + 8\sqrt{2}i)^{\frac{1}{4}}$$

andere formuliert: Lösen Sie folgende Gleichung

$$z^4 = 8\sqrt{2} + 8\sqrt{2}i$$

$$r = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 + (8\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{128 + 128}$$

$$= \sqrt{256} = 16$$

$$\varphi = \arctan \frac{8\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} = \arctan 1 \Rightarrow \rho = \frac{\pi}{4}$$

4 Wurzeln: $z_0 = 2 \cdot e^{i \frac{\pi}{4 \cdot 4}} = 2 \cdot e^{i \frac{\pi}{16}}$

$$z_1 = 2 \cdot e^{i \frac{\pi}{16} + \frac{2\pi}{4}} = 2 \cdot e^{i \frac{9\pi}{16}}$$

$$\sqrt[4]{16} = 2 \quad z_2 = 2 \cdot e^{i \frac{\pi}{16} + \frac{2 \cdot 2\pi}{4}} = 2e^{i \frac{17\pi}{16}}$$

$$z_3 = 2 \cdot e^{i \frac{\pi}{16} + \frac{3 \cdot 2\pi}{4}} = 2e^{i \frac{25\pi}{16}}$$

DGL

DGL linear 2. Ordnung

Lösungsansatz: $y = A \cdot e^{\lambda x}$

begegnung: Lösen einer quadr. Gleichung